Matematiska institutionen
Stockholms universitet
C.G.

Matematik med didaktisk inriktning I
Vektorgeometri och funktionslära
Repetitionsblad 3

Polär form.

I första kapitlet i Funktionslära återknyter vi bekantskapen med de komplexa talen och betraktar dem med ett vektorgeometriskt synsätt. Repetera för dig själv vilka räkneoperationer du känner till för vektorer. Repetera också för dig själv vilka räkneoperationer du känner till för komplexa tal. Vilka samband finner du mellan räkning med vektorer och räkning med komplexa tal?

Du bör kunna förklara i en figur varför multiplikation med i geometriskt svarar mot en vridning motsols $90°$.

Här är ett bra tillfälle att repetera vad som menas med argumentet för ett komplext tal och med komplext tal skrivet på polär form. Det behövs naturligtvis en figur för att förklara det.

Multiplikationen $z \cdot w$ kan vi också allmänt tolka geometriskt - och det är viktigt. Redogör för resultatet, men också för resonemanget bakom. Ta stöd i figuren på sid. 4.

Övning A. Förenkla $\left(\dfrac{1}{1-\sqrt{3}\,i}\right)^5$

Övning B. Förenkla $\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}+\sqrt{2-\sqrt{3}}\,i\right)^6$

Geometriska talföljder.

Skriv ned klart och tydligt vad som menas med en geometrisk talföljd och med kvoten för en geometrisk talföljd.

Utgående från $s = a + ak + ak^2 + \cdots + ak^n$ kan man resonera sig fram till en formel. Genomför resonemanget och tala om vilken som är resonemangets bärande idé.

Tag nu som exempel den geometriska summan $s = \frac{1}{14} + \frac{1}{2} + \frac{7}{2} + \cdots + \frac{7^8}{2}$. Beräkna s på två sätt: dels genom att använda den formel du just härlett, dels genom att resonera på samma sätt som när du härledde formeln. Jämför de två metoderna.

Övning A. Beräkna summan av den geometriska serien $i - \frac{i}{2} + \frac{i}{4} - \frac{i}{8} + \cdots$

Övning B. Beräkna den geometriska summan $(\sqrt{3}+i) + (\sqrt{3}-1+(\sqrt{3}+1)i) + \cdots + (16\sqrt{3}+16i)$.

Binomialsatsen.

Berätta lite om Pascals triangel och vilka egenskaper den har. Hur är triangeln konstruerad? Var i Pascals triangel står talet $\binom{13}{4}$?

Förklara varför $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$.

Det finns ett alternativt uttryck för $\binom{n}{k}$, som du bör känna till också. Vilken tillämpning av Pascals triangel har vi talat om?

Övning A. Beräkna $\binom{10}{4}$ dels genom att arbeta med Pascals triangel, dels genom att använda det alternativa uttrycket.

Övning B. Beräkna $(1+\sqrt{3}i)^5$ på två sätt, dels med binomialsatsen, dels genom att övergå till polär form.