Matematiska institutionen
Stockholms universitet
C.G.

Matematik med didaktisk inriktning I
Vektorgeometri och funktionslära
Repetitionsblad 4

Polynomfunktioner.

Här övade vi oss på olika sätt att skriva polynom. Det underlättar vid grafritning och hjälper oss att finna intressanta punkter på funktionskurvan.

Ge ett eget exempel på kvadratkomplettering. Ge också ett eget exempel på hur du analyserar ett tredjegradspolynom. Har grafen till ett tredjegradspolynom alltid en inflexionspunkt?

Kapitlet innehåller också några ord om tangenter. Det är en inledning till s.k. *linjär approximation*, som vi kommer arbeta mer med i en senare kurs. Du kan utgå från ett exempel, säg $y = \frac{x^3}{4}$ och beräkna tangenten för $x = 2$.

Övning A. Rita grafen till $y = x^3 + 15x^2 + 80x + 146$.

Övning B. Finn ett tredjegradspolynom som har inflexionspunkt i $(2, -3)$.

Exponentialfunktioner.

Du kan ju börja med att förklara vad det är för avgörande skillnad mellan polynom och exponentialfunktioner.

Ganska snabbt bör du kunna skissera grafer till $y = 2^x$, $y = 3^x$ och $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. Beskriv hur dessa kurvor ligger i förhållande till varandra samt till linjen $y = x + 1$.

Gör en tillbakablick på snabbkursen om talet e, sid. 28. I kommande kurs skall du få höra mer talas om detta tal och funktionen e^x.

Utöver exponentialfunktioner finns ett annat tema som är tydligt i detta kapitel, nämligen *substitutionsmetoden.* Genom substitutioner - ändrade beteckningar - kan man ofta förenkla och tydliggöra. Du kan som exempel berätta lite om kurvan $y = 9^x - 2 \cdot 3^{x+1}$.

Övning A. Hur ligger kurvorna $y = 3^x$ och $y = \frac{1}{9} \cdot 3^x$ i förhållande till varandra?

Övning B. Skissa kurvan $y = \frac{3^x}{x}$, $x \neq 0$.

Inversa funktioner.

Här införs flera begrepp som behöver repeteras: strängt växande, strängt avtagande och inverterbar funktion. Börja med att i figurer förklara begreppens innebörd. Övergå sedan till att definiera begreppen i ord och sträva efter ett så matematiskt språk som möjligt. Leta rätt på definitionerna i häftet och jämför.

Varje inverterbar funktion f har en invers f^{-1}. Hur förhåller sig graferna till f och f^{-1} till varandra? Detta kräver en förklaring! Du kan använda figuren på sid. 37.

Övning A. Visa att funktionen $f(x) = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$, $x > 1$ är inverterbar. Bestäm den inversa funktionen.

Övning B. En av följande två funktioner är inverterbar. Vilken? Bestäm dess invers.

a) $f(x) = x^2 - x - 2$, $x \geq 0$

b) $f(x) = x^2 - x - 2$, $x \leq 0$

Logaritmer.

Funktionen $f(x) = 3^x$ är ju strängt växande och är således inverterbar. Inversen är $f^{-1}(x) = \log_3 x$. Gå tillbaka till definitionen av invers funktion och tolka den i detta fall. Exempelvis kan du fylla i vad som skall stå till höger här (det skall vara ett uttryck som inte innehåller logaritmer):

$$\log_3 b = a \Leftrightarrow \ldots$$

Detta är "hela grejen". Genomför motsvarande med 2-logaritmer och med naturliga logaritmer. Om du har greppat detta kan du översätta potenslagar till logaritmlagar. Försök med $3^{x_1} \cdot 3^{x_2} = 3^{x_1+x_2}$ och med $(3^{x_1})^{x_2} = 3^{x_1 x_2}$.

Övning A. Antag att $\ln x = 3$. Beräkna $\log_{\sqrt{e}} x$.

Övning B. Antag att $\log_4 x = \log_8 y$. Finn ett samband mellan x och y, som inte använder logaritmer.