



EXAMENSARBETEN I MATEMATIK

MATEMATISKA INSTITUTIONEN, STOCKHOLMS UNIVERSITET

Matematik och räkning i 1600-talets Sverige:
Från Euklides till Newton,
från räknemästare till ingenjör

av

Anders Hansson

2006 - No 12

Matematik och räkning i 1600-talets Sverige:
Från Euklides till Newton,
från räknemästare till ingenjör

Anders Hansson

Examensarbete i matematik 10 poäng, påbyggnadskurs

Handledare: Rikard Bøgvad

2006

Innehållsförteckning

Sammanfattning	3
Summary	3
Introduktion	5
Tiden före 1600	6
Matematik och räkning i 1600-talets Sverige	6
Universiteten	6
Europeiska matematiker.....	7
Krigen och freden	10
Räknemästarna	11
Handeln och ekonomin	15
Skolorna och lärarna	15
De europeiska förebilderna	17
Material ur svenska läroböcker från 1600-talet ...	21
Diskussion	24
Referenser	27

Jag riktar ett varmt tack till Kerstin Backman för hjälp med latin och till Gudrun Lindstedt för hjälp med tyska.

Sammanfattning

Uppsatsens syfte är att belysa personer, institutioner och företeelser med betydelse för matematikens utveckling och roll i Sverige på 1600-talet. Särskild vikt läggs på förhållandet mellan akademisk matematik och den praktiska matematik som förvaltades av först räknemästare och senare ingenjörer och lärare vid trivialsolor och gymnasier. Det insamlade materialet stöder tanken att det konceptuella avståndet mellan akademi och borgerliga behov var stort. Dessutom visade 1600-talets Sverige en stark matematisk utveckling, sett ur flera matematiska aspekter, ofta beroende på kontakter med övriga Europa.

Summary

The aim of this article is to cast light on individuals, institutions and events with relevance to the development and role of mathematics in Sweden during the seventeenth century. The relation between academic mathematics and the practical mathematics originally administered by abacist and later by engineers and teachers at primary and secondary schools. The collected material supports the thought that the conceptual separation of academic activities from civil requirements was pronounced. Furthermore, the seventeenth century in Sweden showed strong development, from many mathematical aspects, and often due to contacts with other parts of Europe.

Introduktion

Denna uppsats syftar till att beskriva matematikens utveckling under 1600-talet, med särskild hänsyn till svenska förhållanden och relationen mellan akademisk och mer praktiskt orienterad matematik. Uppsatsen begränsas till en specificerad tidsperiod för att kunna beskriva förhållandet, eller snarare avståndet mellan matematikens teoretiska framsteg och dess praktiska användningar, vilket var stort under 1600-talet relativt framför allt 1800-talet och framåt. Redan på den grekiska storhetstiden hölls de högre matematiska diskussionerna ofta skiljda från hantverkarnas tekniska arbete med konstruktioner. Under 1960-talet fick en generation svenska elever se hur stort detta avstånd kan vara då den moderna mängdläran ingick en temporär mesallians med det allmänna skolväsendet. Euklides axiom överlevde mer än tvåtusen år som grund för undervisning i matematik, och dagens skolelever lär sig matematik som var i forskningsfronten för många hundra år sedan. Det är normalt.

Det som gör 1600-talet speciellt, är att den akademiska matematiken i Sverige då gick från att enbart vara inriktat på aritmetik och geometri till att under de sista skälvande åren även inkludera analys enligt Descartes och Newton (Råhde, 2002, Lumiste, 2004). Kriget kräver också ökad kunskap i tillämpad matematik; aritmetik, geometri och geodesi, hos kungar och officerer, medan det civila samhällets tillväxt ökar kraven på arkitekter och handelsmän. Bland vanliga borgare och bönder räckte nog som tidigare de fyra räknesätten, eller bara addition och subtraktion även hos relativt bildade personer (Gyford, 2006). Före 1600 fanns egentligen ingen svensk matematik utöver Euklides, och efter 1700 ökade behovet av militär och civil matematisk färdighet och kunskap brant. I denna uppsats vill jag belysa några institutioner och personer som varit betydelsefulla under denna tid. Dessutom vill jag ta upp några typiska tendenser bland dåvarande matematiker och räknekunniga personer, och slutligen försöka dra generella slutsatser av dessa.

Tiden före 1600

Före 1600-talet fanns ingen stark akademisk matematisk tradition, även om räkning naturligtvis kom till användning i både vardagliga sysslor och i lek. 1299 finns den första dokumentationen av att en svensk innehar matematisk litteratur, medan de första personerna som benämndes matematiker; Konung Karl Knutsson, Bero Laurentii och Henricus Tidemanni, var aktiva under 1400-talet. Med matematik avses här snarast aritmetik och upprättande av astronomiska kalendrar. Under 1500-talet fanns ett flertal matematiker i tjänst hos kungar och adel, främst som astronomer och astrologer (Dahlin, 1875)

I samband med 1600-talets början fick den matematiska behandlingen av astronomiska fenomen en större betydelse genom Keplers arbeten. Keplers lärare Michel Maestlin var insatt i den heliocentriska världsbilden, men undervisade om den enbart vid särskilda seminarier (Kepler, 2006). Betydelsen av detta påpekande är att påvisa att den tidens vetenskapsmän ibland drog sig för att publicera sina teorier, ofta för att undvika allvarliga konflikter med kyrkan. Kepler blev tidigt professor i matematik i Graz, och kallades 1600 till Tycho Brahe i Prag för att där beräkna planetbanor efter Brahes observationer. Efter Brahes död blev Kepler utnämnd till kejserlig matematiker och ägnade resten av sitt verksamma liv åt astronomiska beräkningar. Han utformade då sina två lagar rörande himlakropparnas elliptiska banor och den tredje angående förhållandet mellan period och medelavstånd.

Matematik och räkning i 1600-talets Sverige

Universitetsväsendet utvecklades starkt i Sverige under 1600-talet, och gick från en mera teologiskt inriktad verksamhet till en mera världslig. Genom studieresor i Europa kom både högreståndspersoner och de med enklare ursprung att ta intryck av de tankar som de europeiska matematikerna hade utvecklat. Man brukar kalla de matematiker som inte lärt sig latin och framför allt ägnar sig åt praktiskt inriktad matematik för räknemästare. De bildade inte ett eget skrå, men utgör ändå en intressant grupp av individer i seklets matematik. Till exempel så var de viktiga som bokhållare, skollärare och författare till räkneböcker och omvandlingstabeller. I denna huvuddel av uppsatsen vill jag ge exempel på dessa företeelser, och lägga grunden för att försöka dra vissa slutsatser om matematiken i Sverige under 1600-talet.

De svenska universiteten

Bandet mellan kyrkan och den högre utbildningen var strakt fram till 1600-talets början då universitetsväsendet utvecklades kraftigt. Uppsala universitet invigdes som prästskola 1477, men återupprättades som universitet 1593. Redan från detta år fanns där en professor i matematik (Dahlin, 1875). Under slutet av Gustav II Adolfs liv, 1632, grundades universitetet i Dorpat i dåvarande Livland, nu Estland, 1640 grundades Åbo Akademi, 1666 Lunds universitet, och i och med den Westfaliska freden 1648 tog svenskarna över universitetet i Greifswald grundat 1456. (Lindkvist, 1994).

Undervisningen i matematik var ofta samordnad med undervisning i andra ämnen, och fick först senare under 1600-talet en självständig ställning. I Uppsala undervisade professorerna i matematik i aritmetik, geometri, astronomi och någon gång algebra (Rohde, 2002, Dahlin, 1875). Före 1626 förändrades uppdelningen av ansvaret för fysik och matematik vid Uppsala flera gånger (Rohde, 2002), för att efter ett kungligt dekret omfatta tre matematikprofessorer, varav en var helt ägnad åt det vi idag menar med matematik. Den förste matematikprofessorn av detta slag var Martinus Eriici Gestrinius. Han var utbildad i Tyskland och bidrog till en utveckling av den euklidiska geometrin och till den successiva acceptansen av decimalräkningen i Sverige. Dessutom presiderade han för den blivande Åbo-professorn Samuel Kexlerus disputation 1632. Från mitten av 1600-talet var den matematiska aktiviteten i Uppsala tämligen låg, men 1679 tillträdde den med Descartes geometri förtrogne Andreas Spole på professorsstolen. Han hade tidigare varit professor vid Lund, och skrev ett verk om den nya geometrin. Han använde för första gången det nya algebraiska symbolspråket. Spole var också den förste svensk som ägde ett exemplar av Newtons Principiae (Rohde, 2002). Harald Vallerius tillsattes 1690 som matematikprofessor i Uppsala och han skrev om den nya matematiken, inklusive Newtons bidrag.

Europeiska matematiker

En viktig generell förändring under 1600-talet gällde synen på Euklides geometri genom utvecklingen av en mer numerisk och analytisk infallsvinkel (Bos 2001). Euklides klassiska behandling av geometrin stöddes 1588 genom en kommenterad utgåva på latin av Pappus. Den rent euklidiska geometrin kvarstod i stort sett orörd in på 1600-talet. Exempelvis så motsatte sig Kepler i ett verk 1619 det algebraiska synsättet. Bidrag till grunderna för den numeriska analysen av geometriska problem gavs av Regiomontanus 1533 och Stevin 1585, medan Viète 1591 formulerade slagorden: Lämna inget

problem olöst! 1604 utkom Clavius bok om praktisk geometri. I en bok utgiven 1615 försökte Van Ceulen lösa uppgifter med irrationella tal av den typ som fanns i Euklides bok X.

Matematikern och filosofen René Descartes bidrog starkt till utvecklingen av Euklides geometri. Han föddes 1596 som son till en medlem av Bretagnes parlament och fick en ståndsmässig uppfostran grundad på språkundervisning med grekiska och latin. Under tiden från 1618 fram till sin död 1657 publicerade han kring fysik, särskilt uppmärksammat optik, och matematik, särskilt analytisk geometri. (Gaukroger, 1995). 1637 utkommer så Descartes bok Geometri som han arbetat på i 18 år (O'Connor, 2006). I denna trilogi omformulerar Descartes de klassiska geometriska euklidiska problemen som matematiska operationer; multiplikation, division, kvadratrotsutdragning. I bok I behandlar han geometriska lösningar av ekvationer av andra graden, Pappus linjeproblem samt konstruktionen och användandet av den Cartesiska parabeln. Bok II behandlar mer grundläggande frågor om kurvors exakthet. I bok III löser han tredje- och fjärdegradsekvationer med hjälp av en cirkel och en parabel och vissa femte- och sjättegradsekvationer med hjälp av en cirkel och en Cartesisk parabel. Den senare metoden är tekniskt komplicerad och inte duglig för exakta lösningar.

En med Descartes nästan samtida matematiker var Pierre de Fermat (Mahoney, 1973). Hans matematiska produktion omfattade analytisk geometri, grunderna för differential- och integralkalkyl och begrepp inom sannolikhetslära och modern talteori. 1636 deltog han i en dispyt med Descartes kring optik. Simmons påstår att Fermats idéer kring analytisk geometri föregick de av Descartes med åtta år, då Fermat redan 1629 publicerat dessa (Simmons, 1991).

Den som mest bidragit till förändringen av den matematiska analysen under 1600-talet är otvetydigt Isaac Newton. Han ansågs lat och ouppmärksam under sina första skolår, men fick senare privatundervisning av sin rektor Stokes (O'Connor, 2006). Som artonåring började han vid Trinity College i Cambridge som en form av tjänare till de mer välsituerade eleverna. Hans håg var riktad mot juridik, men vid tjugo års ålder började han intressera sig för matematik. Han läste Euklides, Oughtred, Descartes, Viète och många andra samtida storheter inom geometri och analys av serier. Vid 27 års ålder visade han i sin *De Methodis Serierum et Fluxionum* från 1671 differentieringens kraftfullhet vid lösande av problem kring areor, tangenter, båglängder samt maxima och minima av funktioner. Boken trycktes dock inte förrän den engelska översättningen kom ut 1736. Resten av Newtons arbete inom fysiken, med tillämpningar främst inom celest mekanik, utnyttjade dessa verktyg och

sammanfattades i den 1687 utgivna *Philosophiae naturalis principia mathematica*, kallad Newtons Principae

Newtons metoder att lösa differentialkalkyl fungerar som grund för vårt nutida tänkande, men den notering och de regler för differentiering som Gottfried Wilhelm von Leibniz införde står kvar än i dag. Leibniz fick en klassisk humanistisk universitetsutbildning med filosofi, matematik, retorik, hebreiska, grekiska, latin och slutligen en doktorsexamen i juridik (O'Connor, 2006). Vid 25 år ålder övergick han till att intressera sig för naturvetenskap och matematik. Han införde integrationstecknet, fann deriveringsregler för enkla potensfunktioner, produkter och kvoter samt regeln för differentiering av sammansatta funktioner. 1686 publicerade han ett arbete om integralkalkyl, vilket föregick Newtons Principae, men ändå var senare än dennes arbete kring fluxioner. Bröderna Johann och Jacob Bernoulli var de första som försökte förstå och tillämpa Leibniz' teorier, vilket skedde i mitten av 1680-talet. Detta ledde till att Jacob arbetade med differential- och integralekvationer samt variansanalys fram till sin död 1705.

Spridningen av Newtons idéer till universitetsundervisningen försenades något av den uppskjutna publiceringen av Principae. David Gregory vid universitetet i Edinburgh lär ha varit den förste som undervisade infinitesimalkalkyl baserat på Newtons Principae. Detta skedde kring 1683-84. I Dorpat hade de Newtons tankar genomslag redan på 1690-talet (Lumiste, 2001), och vid ungefär samma tid fanns professorer med kunskap i Newtons metoder och tänkande i Uppsala (Rohde, 2002).

Ett annat matematiskt verktyg som både hade en mer praktisk användning och bäring på den under tiden så centrala frågan om differentialkalkyl var logaritmbegreppet. John Napier var framför allt intresserad av teologi, men hade matematik som hobby. Han konstruerade en tidig version av den naturliga logaritmen genom en dynamisk geometrisk konstruktion, vilken publiceras på latin som en tabell 1614, *Mirifici logarithorum canonis descriptio*, och med utförlig förklaring 1619 (O'Connor, 2006). Senare diskussioner med Briggs ledde till att den senare introducerade en modern version av 10-logaritmen och tillhörande tabellverk 1624 i publikationen *Arithmetica Logarithmica*. Senare kompletterades dessa logaritmtabeller under ledning av Vlacq vilka publicerades 1633 som *Trigonometrica Britannica*. Dessa arbeten var av stor betydelse för beräkningsintensiva verksamheter som astronomi och lantmäteri.

Krigen och freden

Kungen ledde landet i fred och i inte minst i krig, och för detta ämbete tarvades en gedigen utbildning i matematik (Lindkvist, 1994). Johan Schroderus, adlad Skytte, undervisade Gustaf II Adolf i aritmetik geometri samt mekanik, optik och astronomi. Skytte, själv utbildad på kontinenten, instiftade 1622 den Skytteanska professuren i vältalighet i Uppsala. Johannes Matthie undervisade drottning Kristina och blev senare biskop i Strängnäs. Rene Descartes, matematiker och filosof, kom 1649 till Stockholm för att på Kristinas begäran introducera henne i den analytiska geometrin. Karl X Gustav, son till Johan Kasimir, lärdes matematik och geometri för artilleri och befästningsändamål vid sin europeiska "le grand tour". Erik Dahlberg, själv utbildad i en skriv- och räkneskola i Hamburg, erbjöds att undervisa Karl XI i matematik. Denne kung fick dock ingen egentlig matematikundervisning. Däremot blev hans son Karl XII väl introducerad i matematik och dess tillämpningar inom krigskonsten av Carl Magnus Stuart. Denne hade själv lärt fortifikationskonsten av Erik Dahlberg.

Den traditionella rekryteringen av officerare från adeln räckte inte till inför de nya kraven som framväxten av det svenska stormaktsväldet krävde. Utländska officerare och ofrälse blev nu mer intressanta än tidigare. Under Vasatiden och Gustaf II Adolfs krig i östersjöprovinserna användes fortifikationsofficerare från Tyskland och Nederländerna (Bohman, 2005). Då svensken Andreas Bureus 1626 efter 23 år fullbordat en väggkarta över Norden fick han 1628 uppdraget att organisera det svenska lantmäteriet. 1632 utsågs Bureus elev Gustav Örnehufvud till generalkvartermästare, och 1635 fick denne ansvar för fortifikationen och det militära kartväsendet. Örnehufvuds efterträdare 1644 Johan Wärnschiöld hävdade utifrån sin holländska utbildning 1634 att en militär ingenjör skulle vara matematiker, arkitekt och fästningsbyggare (Åberg, 1986). De militära fortifikationsofficerarna fick sedan även civila uppgifter i stadsplanering, kanalbyggen, slusskonstruktioner, broar och kartografering. Svenska kartografer fick 1636 noggranna instruktioner om användande av trigonometri vid uppmätning av avstånd och höjd (Ehrensverd, 1986). På kontinenten fanns ett nät av astronomiskt bestämda punkter att utgå ifrån vid kartering, men dessa fattades i Sverige, vilket sinkade karteringen något. Senare hälften av sextonhundratalet och första hälften av sjuttonhundratalet har sagts vara befästningskonstens gyllene tid med ett utpräglat intresse för matematik, geometri och systematisering (Törnqvist, 1986). Militären var även tvungen att frånga principen om att rekrytera högreståndssöner, detta gällde särskilt "genivapnet" fortifikationen (Sjöstrand, 1941).

Det ökade kvantitativa behovet av officerare ledde till utveckling av inhemsk utbildning utan den tidigare så nödvändiga tiden i utlandet. I en fortifikationsordning 1695 och 1699 drog Carl Magnus Stuart upp linjerna för utbildningen. Teoretisk matematikundervisning motsvarade högst två månader aritmetik, dessutom ingick teoretisk och praktisk geometri. (Sjöstrand, 1941). Wachtmeister hemställde 1683 om upprättande av en styrmansskola med utbildning i navigation och artilleri (Sjöstrand, 1941), vilket verkställdes 1685.

Fanns det då någon egentlig tillämpning av matematik inom de militära vetenskaperna, utöver fortifikationen? Gallileo beräknade 1608 kastbanan till en parabel, och på det sättet lade han till grunden för artilleriets teoribildning (Katz, 2004). Gallileos arbete om den paraboliska kastbanan följdes 1717 av en svensk avhandling ”Ett prov att visa bombens och kulors bågskott” och i Swedenborgs bok 1718 *Regelkonsten*. Artilleristerna arbetade med en kombination av praktisk erfarenhet och teoretiska överläggningar. Luftmotståndets inflytande analyseras empiriskt först i slutet av 1700-talet och teoretiskt under 1800-talet (Sjöstrand, 1941), medan de teoretiska förutsättningarna för att lösa den typen av differentialekvationer var för handen redan innan 1600-talets slut (Katz, 2004). Trots denna sena utveckling anges matematikens roll inom krigskonsten i företalet till en avhandling från 1670.

[Att icke behärska de matematiska vetenskaperna vore det samma som att försöka kämpa med ett svärd utan egg och utan spets ...]
(Cl. Arrhenius, citerad i Sjöstrand, 1941, s 75)

Räknemästarna

Vid sidan om den akademiska matematiken levde en mer tillämpad och vardagsbetonad räkningskonst. Den förvaltades ofta av räknemästarna. Bland borgare och bönder visade ibland någon yngling fallenhet för räkning, och efter vanlig skola kunde han bli upptagen som lärling hos någon räknemästare, för att därefter själv pröva yrket. Dessa räknemästare hade ofta stor aritmetisk förmåga och kunde ibland även tillföra den teoretiska matematiken viktig förståelse. Ofta var de för sin utkomst skull nödgade att sälja sin kunskap i form av räkneböcker och omvandlingstabeller (se Seseman, 1777, Råde, 1994, Anonym 1725), men sannolikt behövde dessa häften kompletteras med förklaringar och undervisning som ytterligare kunde öka mästarens inkomster. Ofta var en räknemästare aktiv både som bokhållare och som lärare (Weidauer, 2006). Av Sesemans verk finns vid Kungliga Biblioteket ett trettiotal olika räknetabeller och kalendrar arkiverade.

En viktig del av räknemästarnas arbete bestod i att lära ut och instruera i sortomvandling. Se här ett exempel på text från försättsblad.

[Uträknings-tabeller öfwer 1777 års myntvärde i Svea rike, utwisande: 1:mo Hwad dalrar och ören kopparmynt, utgjöra i Specie Riksdalrar och Schillingar. 2:do Hwad Specie Riksdalrar och Schillingar, gjälla i Kopparmynt. Författade til den Respektive Allmänhetens tjenst, i stöd af Kongl. Maj:ts Allernådigste Kungörelse och Förordning dat. den 27 Nov 1776. Af Hans Jacob Seseman, Studerande wid Kongl. Academien i Upsala]
(Seseman, 1777)

I en aritmetiklärobok från 1800-talet visas tydligt hur sortomvandling torde erbjuda en hel del problem (Falck, 1830). När det gäller exempelvis spanska längdmått särskiljs nio regioner i landet, Just i Madrid används att en kastiliansk famn (toesa, braza eller estado) är två spön (varas), fyra alnar (codos), sex fot (pies), åtta stora händer (palmos), 24 små händer (palmos), 72 tum (pulgados), 96 fingrar (dedos) och 1152 linjer (lineas). Varken enheter eller omvandlingstal överensstämmer mellan regionerna i Spanien, än mindre mellan olika delar av Europa. Det är dock intressant att det i detta system går 12 tum på en fot.

Bruket av olika myntfotsystem med inbördes, på grund av inflationen, kontinuerligt skiftande omräkningstal torde ha gjort varje person i handeln väl övad i bråkräkning. Som exempel kan man jämföra den svenska situationen 1605 med den 1630 (Lagerqvist, 1984). Vid den första tidpunkten var en mark värd åtta öre eller 24 örtugar eller 192 penningar. En riksdaler eller en och en åttondels svensk daler var värd fyra och en halv mark. Vid den senare tidpunkten var en riksdaler värd en och fem åttondels daler eller sex och en halv mark eller tre daler i silveröresmynt eller tre och trekvarts daler i öresmynt av koppar. Den som inte behärskade bråkräkning väl torde ha eliminerats ur handeln. Detta kan kontrasteras mot dagens situation då vi hanterar det effektiva decimalsystemet med hjälp av miniräknare och datorer. Omvandling från en främmande valuta till svenska kronor ter sig tämligen enkel i jämförelse med omräkning mellan svenska myntslag. Dessutom gav dessa omvandlingsproblem en försörjningsmöjlighet för aritmetiskt bevandrade räknemästare, vilka kunde trycka och sälja tabeller för den som inte behärskade multiplikation och division av bråktal.

Räknemästare var ofta ofrälse, gick i lära hos en äldre räknemästare och skrev aldrig på annat än sitt modersmål. Detta gjorde att de hade

svårt att kommunicera med de akademiskt skolade matematikerna. Det förekommer dock att dessa räknemästare bidrar till matematikens utveckling. Ett exempel på en av de många tyska räknemästarna på 15- och 1600-talet är Johannes Faulhaber (Schneider, 1993). Hans utbildning inleddes med att han från 15 års ålder stannade som lärjunge hos räknemästaren och kartografen David Selzing under fyra år. 1604 publicerade han lösningarna till 160 kubiska och dolt kvadratiske ekvationer, dock utan angiven lösningsmetod. Då Faulhaber inte behärskade latin kunde han inte delta i den matematiska debatten genom brevväxling. Sannolikt hade han läst en översättning av Cardanos verk om kubiska ekvationer från 1500-talet, men ville framhålla sin egen storhet genom att dölja detta förhållande. 1608 publicerade Peter Roth lösningsmetoder för de 160 ekvationerna. Under åren 1614-1619 utgav Faulhaber litteratur kring talmystik, rosenkorsare, kabbala och kometförutsägelse. 1622 organiserar läkaren Verbez tryckning av hans *Miracula Arithmetica* som innehåller nyskapande material om talserier. 1630 utger Faulhaber ett praktiskt kompendium kring fortifikation, arkitektur, optik, geodesi, geometri, sfäriska trianglar och astronomi samt 1633 en bilaga med logaritmtabeller av trigonometriska funktioner. 1632 träffade han Gustav II Adolf, och han dör 1635.

I en av sina trycksaker beskriver Faulhaber i en ansökan om tjänst sina förtjänster inom matematik och mekanik.

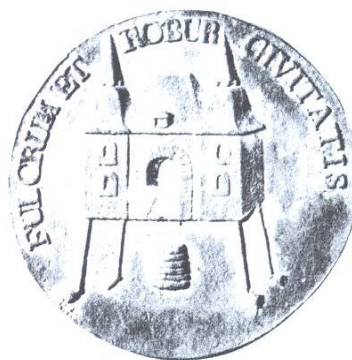
[Nach dem nun der getreue und liebe Gott, mir (ohne ruhm zumelden) soll gnad mitgetheilt das ich in unterschiedlichen Mathematischen freien Künsten Neue inventionen herfür an den tag gebracht, wie meine ausgangne siben Traciälein in offnem Trud zu erkennen geben, und aber Ich auch inn Mechanischen Künsten als Mühl vund Wasserwerck, schrauff und Kriegs Instrumenten ... Dienstwilliger, Johann Faulhaber, Rechenmeister] (Faulhaber, 1616)

(Genom den trogne och gode Gudens nåd, är jag (utan att skryta) glad att meddela att jag genom diverse fria matematiska konster frambringat nya uppfinningar, som mina sju utgivna trycksaker visar i öppen dager, dessutom har jag uppvisat mekanisk skicklighet med kvarn och vattenhjul, skruv och militära instrument, ... Eder tjänstvillige, Johann Faulhaber, Räknemästare) (Förf. översättning.)

Till de stora räknemästarna räknas Nicolo Tartaglia från Italien, Robert Recorde från England, Jaques Pelitier från Frankrike samt Jakob Köbel, Adam Ries, Michael Stifel och Johannes Widmann från Tyskland (Weidauer, 2006). Det som förenade dem var att de författade sina skrifter på sitt modersmål och inte på latin, vilket också reflekterade deras ställning i samhället.

Vad är då känt om räknemästare i Sverige under 1600-talet? På sätt och vis kan man säga att Erik Dahlberg började sin bana som räknemästare genom sin ofrälse bakgrund och sitt lärjungaskap i tidig ålder, men att han sedan snabbt gjorde karriär inom staten och i militärväsendets tjänst. Aegidius Aurelius, vars räknebok behandlas senare i uppsatsen, levde 1580-1648, och studerade i Uppsala, och i Tyskland och verkade senare i Uppsala och Stockholm (Vaderlind, 1995).

En annan svensk räknemästare var Inge Jacobi Rudbeckius, född 1633 (Wærn, 1988). Hans far var rektorn för trivialskolan i Stockholm Jacob Rudbeckius. Hans farfar var biskopen i Västerås, Johannes Rudbeckius och han var alltså kusin till Olof Rudbeck d.ä. I likhet med många i släkten Rudbeck sökte han en teologisk bana, och skötte sina studier i Stockholm från 1655 tämligen väl, vilket dock inte ledde till någon examen. Istället återfinns han 1665 som apologist i Uppsala trivialskola under Uppsala domkapitel, där hans kusin Nils Rudbeck hade säte. 1674 övergick han till andra tjänster, först som slottsskrivare och sedan som stadsskrivare. Han dör 1718. Här ser vi en flackare ämbetsmannakarriär, möjligen under släktens beskydd. Som kuriosas kan det vara värt att nämna att Inge Rudbeckius har gått till historien som Tobakskungen, han var en sällskaplig och bekvämlig man och runt 1690 "kröntes" han av sina vänner med en låghaltigt silvermynt föreställande Inge med krona, glob, svärd och nyckel. En hand räcker honom genom en lucka en knippa kritpipor. På baksidan visas ett hus med torn vilande på fyra tobakspipor, under huset ligger en tobaksrulle (Wærn, 1988)



Familjen Rudebeck har haft stor betydelse för svensk gymnasieskola, bland annat är Inge Rudebecks kusin Paul Rudebeck farfars farfars far till Sigrud Rudebeck, en förkämpe för reformpedagogik kring förra sekelskiftet. Hon har gett namn till Sigrud Rudebecksskolan i Göteborg och Rudbecksskolan i Sollentuna (Rudebeck, 2006).

Handeln och ekonomin

Behovet av noggrann dokumentation av ekonomiska transaktioner uppstod i Italien under renässansen. Den dubbla bokföringen kunde hantera sådana problem som värdering av delar av bolag och var därför av nytta vid drift av aktiebolag (Isik, 2006). Rent tekniskt innebär dubbel bokföring att alla ekonomiska händelser bokförs i två olika konton, i det ena på debetsidan och i det andra på kreditsidan. Man använder idag skuld-, tillgångs-, intäkts- och kostnadskonton. Vid summering av korrekt förd debet och kredit ska summan bli noll, vilket förenklar kontrollen. Från Luca Pacioli föddes 1445 och lärde sig ekonomi vid ung ålder av den venetianske handelsmannen Antonio Romfiasi och tog lektioner av Domenico Bragadino i algebra och aritmetik (Bertato, 2004). 1494 utgav han *Summa di Arithmetica, Geometria, Proportione et Proportionalità* med beskrivning av det som senare kommit att kallas dubbel italiensk bokföring. Pacioli bidrog inte bara inom ekonomi, utan också när det gällde arkitektur, och han har förknippats med det gyllene snittet. Verket *De Divina Proportione*, med en genomgång av Euklides, särskilt månghörningar, utkom 1509. Den dubbla bokföringen infördes i Sverige 1624 av den holländske handelsmannen Abraham Cabilau (Bokföring, 2006).

Skolorna och lärarna

Bandet mellan kyrkan och skolan var starkt före den svenska stormaktstiden. Från 1200-talet var byskolor kända i Sverige, och från 1500-talet fanns profana trivialskolor i flera städer. Sannolikt undervisades matematik även i kyrkans skolor. Av klosterordnarna hade ju Dominikanerorden en egen kalender, och matematik ingick även i katedralskolornas förberedande prästutbildning. I trivialskolorna undervisades i matematiken enbart i aritmetik och geometri. Det var tillåtet att använda svenska böcker i matematik i denna skolform. Annars var trivialskolorna traditionellt inriktade på trivium, det vill säga latin, dialektik och retorik, som en förberedelse inför universitetsstudier som normalt bedrevs på latin. Matematiken ingick i begreppet quadrivium, det vill säga aritmetik, geometri, astronomi och musik. Till dessa delar av den klassiska grekiska matematiken tillfogades ibland optik. Trivium och quadrivium var främst avsedda att träna elevernas logiska förmåga, exempelvis var praktisk räkning ansedd som mest lämpad för hantverkare och almanackskonstruktörer (Liedman, 1997).

Sveriges första rikstäckande skolordning kom 1571, och då ingick musik, men inte matematik, ur quadrivium. Vid prästmötet i Örebro 1611 inrättades en ny skolordning, som tillät undervisning i aritmetik, om det inte störde undervisningen i andra ämnen. Där föreslås Heizio

Buscher's Arithmetica Vulgaris redigerad av Johannes Botvidi, Gustaf II Adolfs hovpredikant, som lärobok (Johansson, 1995). Först i samband med universitetens expansion inrättades direkta förberedelseskolor, så kallade gymnasier. Här tillkom geodesi till det matematiska innehållet. Det var tillåtet att undervisa på svenska i gymnasierna. Den mer praktiskt-merkantilt inriktade undervisningen bedrevs i trivialskolans apologistklass (Olsson, 2006). Både kyrkans män och statens män stödde utvecklingen av skolväsendet. Johannes Rudbeckius (1581-1646) professor i Uppsala (matematik 1604 och teologi 1609) blev biskop i Västerås 1619, och grundade ett gymnasium i Västerås 1623 och en flickskola 1632. Ett exempel på behovet av praktiskt inriktad matematik ges i Oxenstiernas påbud från 1619 om att inrätta goda räkneskolor med inhemska eller utländska lärare. Här kan man ana ett försök att upphäva kyrkans monopol på skolverksamhet.

[På det att ungdomen till nyttiga konster blifva upptuktad, så vele Vi, att de förnämsta köpstäder, som råd och förmåga hafva, skola upprätta goda räkneskolor. Och hvar icke hemma finns sådana män, skola dem utifrån förskrifva, hvilka undervisa och lära ungdomarna i räknekonsten och hvad mera som nyttigt är uti köphandeln och det borgerliga lefvernet, så att ingen skall antagas och hållas för köpsven, som icke lärt sig hålla sin köpmansbok och vet att därmed rätteligen att umgås.]

(Axel Oxenstierna, citerad i Svensk Läraretidning, 2006).

Oxenstierna angav i ett brev till Arboga styresmän att en fungerande räkneskola värderades lika högt som inrättandet av [... tegellada, stadskällare, ... , barnhus ...] (Zenker, 2006).

Stockholms organisation av lägre undervisning fick 1760 stå modell för samtliga stift (Kungl. Maj:t, 1760). Kyrkan var alltså fortfarande då viktig för den lägre utbildningen utanför de större städerna.

Det kan vara av intresse att se under vilka omständigheter dåtidens lärare verkade (Kungl. Maj:t 1760). Av läraren krävdes kunskap och förmåga att förmedla, fogligt sinne och provundervisning. Av eleverna krävdes lust eller fallenhet, och de som efter något år visats sakna bägge slapp vidare skolundervisning. Stegen mot uppflyttning till högre utbildning baseras på lärares rekommendation. I skriften förklaras grunderna i tidens pedagogik.

[Uti undervisningen skola lärare lämpa sig efter Disciplarnas begrep, efterhand leda dem från det, som lättare är, till det svårare, och alt på ett enfaldigt och tydeligt sätt, utan djupsinniga ordasätt och spörsmål samt onödiga omsvep och dictatis föreställa.]

Ett motto för trivialskolans matematikundervisning formulerades 1751:

[Alle öfver- och underdomare, alle civil- och militär-betjente, de som idka något näringsfång, ja, sjelfwe bonden, ... kunde hwarie dag göra sig god nytta av Mathematiquen; men okunnigheten deruti gör, att de hos sig sjelfwa sakna ingen ting.]
(Kraftman, 1751)

Matematik hade inte någon central roll i trivialskolan, men var obligatorisk i apologistklassen och i gymnasiets förberedelser för universitetsstudier. Trivialskolan bestod av fyra års studier med latin, grekiska, kristendom, logik, historia, geografi och hebreiska, medan apologistklassens skriv- och räkneår betecknades som ett femte år (Wide, 1889), däremot krävdes åtminstone i Piteå dock bara det första året av de vanliga fyra för inträde i apologistklassen (Nordlander 1914). Enligt Drottning Kristinas skolstat 1652 för trivialskolan i Uppsala värderades apologisten lika med sina kollegor rent lönemässigt, och garanterades 30 tunnor spannmål årligen (Wide 1889). Läroböcker som användes i apologistklasserna var olika omskrivningar av tyska verk, som Aspelii Arithmetica (Wide, 1889), Bilbergs Elementa geometriae (Westling, 1883) eller Heizio Buscher's Arithmetica Vulgaris (Dahlbo, 1897, Johansson, 1995). Vid Gymnasiet i Åbo 1630 fanns fyra lärare, professorer, varav en undervisade i matematik. Här användes Ramus lärobok, vilken var mer avancerad då den innehöll algoritmer för de fyra räknesätten med polynom och numerisk lösning av andragradekvationer. (Dahlbo, 1897). Ramus, eller Pierre La Ramée, född 151, studerade i Paris och blev professor i filosofi i Paris ägnade sina senare år till matematiken. 1569 utgav han denna lärobok. (Dahlbo, 1897).

De europeiska förebilderna

Den svenska utvecklingen är naturligtvis starkt beroende av den övriga europeiska när det gäller matematikens utveckling och användning, och särskilt tydligt läroböcker. I en räknebok utgiven i Bamberg, Tyskland, långt före 1600-talet, där det är oklart om den ska kunna användas för självstudier eller enbart i skola, ägnas all uppmärksamhet åt aritmetik i form en introduktion till talsystemet, de fyra räknesätten för hela tal och bråktal, gyllene regeln och vardagliga sortomvandlingar.

[Das erste Kapitel und Vorrede von der Zahl.

Das andere Kapitel von dem Addieren mit seinem Exempeln und Proben auch mit einer allgemeinen Probe über alle Rechnung etc.

...

Das 11. Kapitel, vom Wechsel, Dukaten und Rheinisch Gulden und Gewand,

...

Das 21. und letzte von dem Silber, wieviel 1 Mark, $\frac{1}{2}$ Mark, 4 Lot etc. kommen.]

(Wagner, 1483)

(Förf. övers. Första kapitlet och förord om Tal. Andra kapitlet om Addition med exempel och prövning. ... Elfte kapitlet om växling, dukater, rhenska guldmynt och kläde. ... Det tjugoförsta, och sista om Silver och hur mycket en mark-, en halv mark-, fyra shillingmynt etc. det blir.)

Metodiken för division visas helt summariskt, och torde kräva ytterligare instruktion. Generellt visas de olika momenten genom exempel, och inte med förklaringar (Wagner, 1483). För att pröva erhållna resultat används 9-modulo-metoden.

[Die Probe von der Galein oder dividieren

1		
4		
2 8 1		2
4 6 7	24	8 6
1 9 9		1
1		

Wenn du probieren willst, so nimm die Probe von dem Teiler und die Probe von dem Quotienten und multipliziere sie zusammen. Dazu addiere die Probe von dem Übrigen, das oben übrig geblieben wäre. Und merke, was die Probe ist, kommt von der Zahl, die du geteilt. Hast auch dieselbe Probe, so ist es richtig.]
(Wagner, 1483)

(Förf. kommentar: Syftar på uträkning av $467/19 = 24$ och elva nittondelar, där $467 \equiv 8 \pmod{9}$, $24 \equiv 6 \pmod{9}$, $19 \equiv 1 \pmod{9}$ och $11 \equiv 2 \pmod{9}$, $467 = 24 \cdot 19 + 11$ och $8 = 6 \cdot 1 + 2$)

Man kan se hur aritmetikens grunder kompletteras med räknemästarens egna specialiteter. Räknemästaren Wedemejerum utgav en räknebok 1647 som är en bearbetning av en tidigare version från 1627. Uppläggningsen och innehållet liknar räkneboken från

Bamberg, förutom att den gyllene regeln här kallas regula de-tri. Det finns inte heller nu någon lättfattlig förklaring till metoden för division. I denna skrift finns ett flertal exempel på hur enkel bokföring bör uppställas och föras, grundat på de fyra räknesätten och ränteräkning men framförallt med exakt dokumentationsteknik (Wedemejer, 1647).

[Was ist das Buchhalten? Buchhalten ist einen Handel und Verwaltung unterscheidlich, ordentlich und wolbeschreiben das man darauss zu jederzeit sehen möge wieviel Bahrgeld, Schuld, und gegen-Schuld, eingekaufte und verkufte Waaren verhanden, was daran gewonnen oder verloren sein. Man möchte wol in der fürste ausslage das Buchhaltern nichts anders sehen, denn ein schnur-rechte unnd gleichmässige zusammenhaltung eines DEBITOR, oder CREDITORN ...] (Wedemejer, 1647)

(Förf. övers.: Vad är bokföring? Bokföring är underdånig Handeln och Förvaltningen, ordentlig och väl beskriven, så att man ur den alltid kan se kassan, skulder, försålda och inköpta varor, vinster och förluster. Man vill i bokföringen bara se snörräta linjer och rubrikerna Debet och Kredit.)

En något senare räknebok innehåller utöver det som ingår i Wedemejer även en kort och ofullständig beskrivning av en abaccus-liknande räknetafla och enstaka lustigt exempel på framgångsrik utdragning av rötter av andra-, tredje- och fjärde graden (Brasser, 1661).

[Lieber Schuler, es wird in diesem letsten ein- und dreissigsten Exempel ... der Regul RADIX QUADRATA, CUBICA, und der RADIX RADICIS gedacht. Weil aber in diesem kleinen, doch nüsslichen Rechen-Büchlein der Unterricht wie sie zu machen nicht verhanden ist und dennoch wann sie in der Jugend gelernet und behalten werden ihren Putzen bringen; Das habe ich zu mehrer Wissenschaft und Puts dieselben (mit etwas mehr zur luft und Ergessligkeit) als einem andern bewehrten AUTHORE hierher sessen wollen. Daraus du zu deinem Puts und Vorthail leichtlich vernehmen wirst können, wie du dieses recht verstehen und machen sollest.]

(I exemplet med kvadratrotutdragning demonstreras sedan en algoritm med exemplen 167777216 och 20857489) (Brasser, 1661)

(Bäste elev, i detta sista och trettioförsta exempel ... skall regler för kvadratrot, kubikrot och fjärderot diskuteras. I denna lilla men nyttiga räknebok står det emellertid inte hur man gör och då de, om du lärt dig dem i ungdomen och kommer ihåg dem, ger dig "en fjäder i

hatten", vill jag förklara dem, för vetenskapens och för egen vinnings skull (något av lust och med nöje), mer än någon tidigare välkänd författare, och för att du med glans och fördel lätt skall kunna ta till dig hur du skall förstå och räkna ut detta på rätt sätt.)

Räknemästarna kunde vara inriktade på läromästarens roll och tekniker. Ett sätt att lära ut aritmetik var att ställa, och beskriva lustiga exempel på beräkningar. Här följer ett utvalt exempel av 22 i en aritmetikbok från tidigt 1600-tal (Bachet, 1612)

[Problem XI.

Deunier plusieurs nombres pensez puorveu que chacun diceux soit moindre que dix.

Fais multiplier le premier nobre pense par 2, puis adiouter 5 au produit, & multiplier le tout par 5, & à cela adiouter 10, puis adiouter le second nombre pense, & multiplier le tout par 10, puis y adiouter le troisesme nombre pensé & si lón a pence dauantage de nombres, fais encore multiplier cela par 10 puis adioster le quatrieme nobre, & ainsi fais toujours multiplier par 10 & adiouter un des autres nombres pensez. Alors, fais-toy declarer la derniere somme, & si lón ná pense que deux nombres, soubstrai dícelle somme 35 & du reste le nombre des dizaines, te monstera le premier nombre pensé, & le nombres des nombres, le second. Que si lón a pensé trios nombre, oste de la derniere somme 350, & du reste le nombre des centaines exprimera le premier nombre pensé, celuy des dizaines le second, & le nombres des nombres le troisesme ...]

(Beskrivningen fortsätter med en komplett beskrivning av upptill fyra siffror och ett exempel.) (Bachet, 1612)

(Förf. övers.: Att ta reda på många tänkta tal mindre än tio.

Multipluera det första talet med 2, addera 5 och multiplicera summan med 5, till detta addera 10 ta sedan det andra tänkta talet och multiplicera med 10, ta sedan det tredje talet och addera, multiplicera sedan allt med 10 och addera det fjärde talet.. I fortsättningen ska alltid det hela multipliceras med 10 och nästa tal adderas. Nu, säg den slutliga summan och om man tänkt på två tal, subtrahera 35 från det hela och tiotalssiffran visar nu det första talet och entalssiffran det andra. Om man tänkt på tre tal, dra från det hela 350 och du finner det första talet i hundratalsiffran, det andra i tiotalssiffran och det tredje i entalssiffran.)

Material ur svenska läroböcker från 1600-talet

Hur såg då de läroböcker ut som användes i den svenska lägre matematikundervisningen? Den första svenskspråkiga räkneboken skrevs 1601 i Reval av Hans Larsson Rizanesander (Inledning till Aurelius, 1995). Boken liknar Bamberger Rechenbuch till uppläggning och innehåll, men innehåller också aritemtiska och geometriska serier, rotutdragning, magiska kvadrater och några underhållande räkneövningar. Boken trycktes aldrig. (Nordisk familjebok, 1916)

Gustaf II Adolfs hovpredikant Johannes Botvid från Norrköping (1575-1635) lät 1613 ge ut redigerad version av en lärobok författad av filosofen Heizo Buscher från Hannover. Denna bok rekommenderades av prästmötet i Örebro 1611, vilket tidigare nämnts.



Buscher's lärobok innehåller talsystemets uppbyggnad, de fyra räknesätten med hela tal och bråktal samt ett kort avsnitt om geometriska serier och beräkningar motsvarande regula de tri, dock utan att nämna vare sig gyllene regeln eller regula de tri. (Titeln på verket antyder att det kan finnas ytterligare böcker i samma serie, men några sådana har inte gått att spåra. Förf. anm.)

En annan lärobok skrevs av Aurelius. Han föddes i Stockholm som son till en guldsmed, studerade aritmetik och geometri i Uppsala 1599-1601 och vistades sedan på kontinenten i tolv år med omväxlande studier och arbete. 1614 skrev han sin lärobok, som användes under 100 år framåt. Han blev sedemera rector scholae i Uppsala, stadsskrivare i Stockholm, riksdagsman och rådman. Från titelbladet (Aurelius, 1614) läser vi en programförklaring.

[Aegidius Aurelius Arithmetica eller een kort och eenfaldigh räknebook, uthi heele och brutne taal, med lustige och sköne exempel, med eenfaldighom som til thenne konst lust och behag hafwe, korteliga och eenfaldighen till nytto och gagn författat och tillsamman draghen af Aegideo Aurelio (1614) Upsala]

Till att börja med förklarar Aurelius matematikens betydelse: [Såsom ock ingen Polite eller någhot Regemente, Land eller Rijke, Stadh eller Byy, Ja, icke thet ringeste Torp, Werldenne finnes, thet thenne konst icke behöfwer.]

Sedan förklarar Aurelius betydelsen av en lärobok på modersmålet:

[Sedhan ock, efter thet uthi vårt käre Fädhernesland stoor qwijdhe och klaghan varit hafwer, och ännu hoos Gemeene man är, at thenne konst för mycket beswärligh är af Främmande Tungemål förstå och lära: Såsom ock elliest mycket ther uthi finnes med Mynte, Mått och Wicht, som hoos oss aldeles okunnigt och icke i bruuk är, hwar uthaf then eenfaldighe platt ingen underwijsning eller rättelse hafwa kan: Therföre hafwer lagh för godt och rådhsampt ansedt, här uthinnan Gudz aähro sökia Fädherneslandsens och Gemeene Mans Nytto och gagn främja och befordra, och thenne korte Räknebok på båda sätten medh Figurer och Räknepenninga uthi heele och brutne Taal, med sköne, lustighe och brukelighe Exempel, på vårt eghet Modersmåål efetr Landsens Mynte, Mått och Wicht, uthsättia och i liuset komma låta, på thet the Eenfaldigha een lijten underwijsning och rättelse här uthinnan hafwa.]

I första upplagan behandlas decimalsystemet, en abaccus-liknande metod med räknepennningar, de fyra räknesätten för heltal och bråk, regler för lösning av vissa typuppgifter, en ytlig beskrivning av kvadratrotutdragnings samt ett avslutande kapitel med underhållande exempel. Prövning, probning, av erhållna resultat vid multiplikation sker genom division med en faktor. Den tredje upplagan innehåller också omvandlingstabeller för mått, mynt och vikt. Det är värt att notera att decimalsystemets användning drevs på av ingenjörer och lantmätare, men att det inte helt slog igenom i Sverige förrän på 1800-

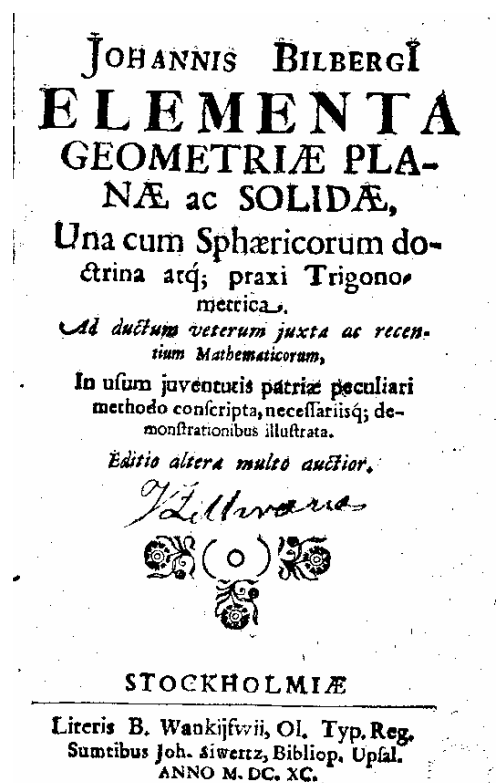
talet. Ett exempel på en enklare uppgift ur det underhållande kapitlet är:

[IV Item. En skrifwer heemligen ett taal under bordet eller uthanför dören, wil tu sedan wetta hwadh taal thet är, så gör såledhes. Låt honom samma taal multiplicere medh 3. Och hwadh ther af kommer deela i tu, och theta åter igen medh 30 multipl. Bedh hono thenna sidste Summa framsäya. När tu honom delar medh 90 och duplerar quotum, så finner tu thet talet igen som han skrefwet hafwer.]

Det sjunde och sista underhållande exempel handlar om hur en skeppare ska placera 15 judar och 15 kristna i en ring, där han ska plocka ut var nionde att kastas i sjön. Detta är ett mer komplicerat problem som kan återfinnas i många varianter från olika länder och tider (Vaderlind, 2003).

En senare räknebok, författad av Johan Bilberg (1646-1717) omfattar både plangeometri och sfärisk trigonometri (Bilberg 1690). Bilbergs övriga kvarlämnade produktion omfattar mest almanackor och kalendrar.

Från titelbladet kan man läsa att detta är [Johannes Bilbergs grunder i en- och flerdimensionell geometri, med teori om klot och trigonometrisk praktik. Med utgångspunkt från såväl äldre som modernare matematiker [är boken] sammanställd med den speciella metod [som krävs] för [dess] användning bland rikets ungdom, samt försedd/illustrerad med de nödvändiga bevisen. Andra, rikligt utökade, upplagan.]



Diskussion

Under 1600-talet ersattes Euklides geometri med de principer som Newton utvecklade och publicerade. De stora framstegen inom matematiken under detta sekel bestod i utveckling av analytisk geometri, sannolikhetskalkylen, infinitesimalkalkylen och den samlade och välstrukturerade Newtons Principae. Infinitesimalkalkyl enligt Leibnitz liknade den av Newton, men de baserades bägge på summor av serier, vilket behandlats både av tidiga grekiska och arabiska matematiker. Leibnitz's metod blev dominerande på grund av att den var lättare att använda (Katz, 1999). Det tycks vara klart att man åtminstone i Dorpat och i Uppsala undervisat om Newtons principer på 1690-talet (Lumiste, 2004), men för övriga lärosäten är situationen oklar. Sverige deltog på den tiden endast i blygsam utsträckning i den akademiska matematikens utveckling. Stormaktstiden gav dock många tillfällen att utöva praktiskt inriktad räkning med en potential till ett mer praktiskt utnyttjande av nya rön. Dessutom tog staten och huvudstaden delvis initiativet från kyrkan när det gäller undervisning.

Matematik och räkning utvecklades utefter olika banor. Matematiken erövrade analys och kalkyl, medan ingenjörskonst och ekonomi fick större nytta av beräkningskonst. Matematiska metoder för de borgerliga behoven under denna tid måste med nödvändighet vara robusta, så att de var hanterliga utan krav på djupare teoretisk insikt, och samtidigt ge en noggrannhet i resultatet. Exempel på detta är lantmäteriets trigonometriska metoder, sortomvandlingens tabeller och artilleriets skottberäkningar. Man kan också se dagens civilingenjörsutbildning som en gren av den militära ingenjörsutbildningen, med stora krav på praktisk användning, och mindre betoning på matematisk teori. Den akademiska matematiken kunde mer fritt utveckla metoder som kunde förklara och förutsäga naturfenomen, från början astronomiska förhållanden och senare all sorts fysik. Exempel på detta är Keplers och Newtons arbeten. Den hade också förmånen att få konstruera egna logiska system, skilda från den fysikaliska verkligheten, med egna inneboende problem och lösningar. Ett exempel på detta är Fermats arbeten kring talteori.

Kyrkans monopol på undervisning löstes och en utveckling mot ett sekulariserat skolsystem inleddes. Hur återspeglas 1600-talets matematiska utveckling i dagens gymnasimatematik? Lägre undervisning i matematik har sedan 1600-talet kompletterats med särskild lärarutbildning. Matematik A innehåller den traditionella aritmetiken, men även algebra och ekvationer samt något om exponential- och potensfunktioner (Skolverket, 2000). Mycket av grundkraven i matematik återfinns i Euklides material. Euklides

samlade verk går för övrigt på många områden över vad dagens grundutbildning för både lärare och matematiker kräver. Nästa kurs, matematik B, som är obligatorisk för de mer högskoleinriktade gymnasieprogrammen, innehåller sannolikhetslära, geometri, statistik, algebra och funktionslära. Matematik C, vilken krävs på teknik- och naturvetenskapsprogrammen tillför differentialkalkyl och bearbetning av problem som gäller optimering, förändringar och extremvärden. Matematik D, som av Skolverket anges utgöra lämplig grund för fortsatta studier inom såväl beteendevetenskap, ekonomi, samhällsvetenskap, naturvetenskap och tekniska utbildningar innefattar trigonometri samt differential- och integralkalkyl. Kursen Matematik E förbereder elever för krävande utbildningar genom att belysa komplexa tal och det komplexa talplanet samt att fördjupa differential- och integralkalkylen. Man ser här att de högre kurserna, förutom när det gäller trigonometri, ofta utnyttjar teorier som bara var under utveckling under 1600-talet. Den Euklidiska geometrin har fått stå tillbaka för en koncentration på analys och kalkyl.

Vad innebar stormaktstiden utöver den kraftsamling som krigen erbjöd? Sannolikt ledde krigstågen till en kraftigt vidgad kontaktyta med Europa i stort. Inflytande från utlandet är en stark kraft i utvecklingen av svensk matematik. En tendens bland militära ingenjörer var att ersätta personer med utländsk härkomst och utländsk utbildning med svenskar mer utländsk utbildning eller svenskar med inhemsk utbildning (Bohman 2005). Här kan man se två tendenser; orientering mot utlandet och en koncentration på det egna landets resurser. Det var stormaktsväldets krav på militär effektivitet som banade vägen för expansionen inom både praktiskt inriktad och teoretiskt centrerad matematik. Man kan tro att varje tendens till intellektuell isolering från kontinenten av det redan geografiskt och kulturellt isolerade Sverige torde påverka akademisk verksamhet negativt. Akademiska framsteg kan omsättas i praktiken, kanske efter någon generation som i fallet med övergången från användande av Euklides teorem och vinklar hos Jean Errad, arkitekt till Henrik IV på 1600-talet till en mer algebraisk metod med användande av avstånd hos den något senare Blaise-Francoise Pagan vid anläggning av befästningar (Guyot, 2004).

Det vore mycket intressant att finna ut i vilken grad de svenska professorerna lärde sig om Newton via resor, litteratur, korrespondens eller genom besökande matematiker. På samma sätt skulle eventuella inspirationskällor till ansträngningarna att starta och förbättra räkneskolor bland biskopar och statsmän vara intressanta att studera. Det vore naturligt att jämföra med dagens mångfacetterade system för internationell inspiration inom olika verksamheter. I dag är informationsflödet relativt fritt, snabbt och världsomspännande, men

på 1600-talet fanns uppenbara begränsningar i alla avseenden. Språkligt var latinet naturligt för många i den välutbildade klassen, men ändå inte lika spritt som engelskan i dag. Hur övervanns geografiska, konceptuella och språkliga barriärer?

1600-talet i Sverige är genom stormaktstidens påverkan en tid då förändringens vindar blåser. Den akademiska matematiken vaknar, civil och militär ingenjörskonst utvecklas starkt och lägre utbildning börjar bli mer avancerad. Dagens undervisning i matematik på gymnasiet har till stor del sina rötter i 1600-talets matematik.

Referenser

Anonym. Uträkning hvad daler CAROLINER göra uti kopparmynt efter den nya VALVATIONEN hwar Dal. A 50. öre Silfwermynt räknader (Tryckt i Kongl. Hovtryckeriet) 1725

Aurelius'räknelära från 1614, med inledning av Bengt Johansson. Minnen och dokument V, Årsböcker i Svensk undervisningshistoria årgång LXXV, 1995, vol 178 (1995) Uppsala

Bachet Sr. de Meziriac, Claude Gaspar. Problemes plaisans et delectable, qui fe font par les nombres: Partie receilles diurs auteurs, & inuentez de nouveau avec leurs demonstration. Tres-utiles pour toutes sortes de personnes curieuses qui se servant d'Arithmetique (Lyon) 1612

Bertato, F. M. History and Pedagogy of Mathematics, ss 132-135, Proceedings ICME 10 satellite meeting, Uppsala 2004 (Uppsala University) 2004

Bilberg, Johann. Johannis Bilbergi elementa geometriæ planæ ac solidæ, una cum sphæricorum doctrina atq; praxi trigonometrica. Ad ductum veterum juxta ac recentium mathematicorum, in usum juventutis patriæ peculiari methodo conscripta, necessariisq; demonstrationibus illustrata. Editio altera multo auctior (Stockholm) 1690

Bokföring. (sv.wikipedia.org/wiki/Bokf%C3%B6ring, 2006-06-21) 2006

Bos, H. J. M. Redefining geometrical exactness; Descartes' transformation of the early modern concept of construction, Springer Verlag (2001)

Botvid, Johan. Arithmeticae vulgaris libri duo, / primum à Heizone Buschero brevit et collecti ; nunc vero auctiores editi studio & operâ Johannis Botvidi (Rostock) 1613

Brasser, Franciscus. Rechenbuch (Grieffswald) 1661

Dahlbo, Johan. Uppränning till Matematikens Historia i Finland från äldsta tider till stora ofreden, akad avh. (1897) Nikolaistad

Dahlin, E. M. Bidrag till de matematiska vetenskapernas historia i Sverige före 1679, Upsala Universitets Årsskrift 1875 (Upsala,) 1875

Ehrensward, Ulla. i Runnberg, Bertil & Carlsson, Sten (red)
Fortifikationskåren, s 113 (Stockholm) 1986

Falck, Henr. Practisk lärobok i arithmetiken med fullständig
underrättelse om in- och utrikes mått, mål, vikt och mynt. (1830)
Upsala

Faulhaber, Johann. Ein mathematische neue Invention, einer sehr
nutzlichen und geschmeidigen Hauss oder Handmühlin (1616)
Augsburg

Gaukroger, S. Descartes: an intellectual biography (Clarendon Press,
Oxford) 1995

Guyot, Patrick & Metin, Frédérick. History and Pedagogy of
Mathematics, Proceedings ICME 10 satellite meeting, Uppsala, 2004
(Uppsala University) 2004

Gyford, Phil. Pepys' diary <http://www.pepysdiary.com/> (2006-09-18)

Isik, K & Kruse, J. Implementeringen av IFRS 7 i svenska
livförsäkringsbolag (Kandidatuppsats, Institutionen för ekonomi och
företagande, Södertörns högskola) 2006

Katz, Victor, J. The history of mathematics (Pearson Addison-
Wesley) 2004

Kepler, Johannes. <http://galileo.rice.edu/sci/kepler.html> (2006-06-28)
2006

Kraftman, Johan. Tal om läsningsvärdet hållna vid examina
anniversaria i Björneborgs trivial-schola (1751) Stockholm

Kunglig Maj:t. Project till en förbättrad och förnyad förordning för
trivial scholar och gymnasier i riket. (Kungl. Tryckeriet, Stockholm)
1760.

Lagerqvist, Lars O & Nathorst-Böös, Ernst. Vad kostade det? Priser
och löner från medeltid till våra dagar. (LTs förlag, Stockholm) 1984

Liedman, Sven-Eric. I skuggan av framtiden, (Bonnier Alba AB) 1997

Lindkvist, Herman. Historien om Sverige del III: När Sverige blev
stormakt (Norstedts förlag AB, Stockholm) 1994

Lumiste, Ülo & Piirimäe, Helmut. Sven Dimberg – en befrämjare av Newtons lära vid Tartu universitet på 1690-talet, U.U.D.M. HPM Report 2004:1 ISSN 1651-0372 , www. , översättning och kommentarer av J. Peetre och S.Rohde, (Uppsala) 2004

Mahoney, M. S. The mathematical career of Pierre de Fermat (Princeton University Press, Princeton, NJ) 1973

Nordisk familjebok (<http://runeberg.org/nfcc/0270.html> 2006-10-11) 1916

Nordlander, Johan. Norrländskt skolliv: Lärare och lärjungar vid Piteå kungl. Trivialskola under 1600-talets senare hälft (1914) Stockholm

O'Connor, J. J. & Robertsson, E. F. MacTutor History of Mathematics (www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/, 2006-06-28) 2006

Olsson, Gunnar, Stormaktstidens skola,
www.hvitfeldt.educ.goteborg.se/ (2006-08-13) 2006

Rohde, Staffan. Matematikens utveckling i Sverige fram till 1731, Uppsala dissertations in mathematics 24, (Department of mathematics, Uppsala University) 2002

Rudebeck. www.wikipedia.org/wiki/Rudebeck.htm (2006-08-28) 2006

Törnqvist, Leif. i Runnberg, Bertil & Carlsson, Sten (red) Fortifikationskåren, s 29 (Stockholm) 1986

Schneider, I. Johannes Faulhaber (1580-1635), Vita Mathematica (Birkhäuser) 1993

Seseman, Hans Jakob. Uträknings-tabeller öfwer 1777 års myntvärde i Svea rike (Upsala) 1777

Simmons, George F. Differential equations with applications and historical notes (McGraw-Hill) 1991

Sjöstrand, W. Grunddragen av den militära undervisningens uppkomst och utvecklingshistoria i Sverige till år 1792 (Uppsala) 1941

Skolverket. Matematik gymnasiet, Skolverkets författningssamling 2000:5, 2000.

Svensk Läraretidning nr 49, 5 december 1894. facsimil i
 runeberg.org/svlartid/1894/0631.html, 2006-07-31) 2006

Råde, Lennart. Sesemans problem sammanställda av Lennart Råde,
 (KUB) 1994

Vaderlind, Paul. Klassisk nöjesmatematik 111 tankenötter och deras
 historia, Svenska Förlaget (2003) Stockholm

Wærn, Bertil. Tobakskungen, Svensk Numismatisk Tidskrift 1988, s
 52-53 (1988) Stockholm

Wagner, Ulrich. Das Bamberger Rechenbuch (Bamberg) 1483

Wedemejer, Friedrich. New wolgegründetes Rigisches Rechenbuch,
 mit Schönen und nützlichen Regeln und Exempeln ... (Riga) 1647

Weidauer, Manfred. Adam Ries, www.adam-ries-bund.de/ries.htm
 (2006-08-09) 2006

Westling, Gottfrid. Om Linköpings gymnasium och trivialskola 1693-
 1711, jämte en blick på stiftets öfriga läroverk (1883) Halmstad

Wide, Samuel. Om Upsala trivialskola under Jakob Arrheni rectorat
 1719-50 (1889) Halmstad

Zenker, Stefan. hänvisning till Arboga rådhusarkiv i Gustaf Adolf,
www.zenker.se/Historia/Arbogakroenikan/gustaf_adolf.shtml (2006-
 08-13) 2006

Åberg, Alf. i Runnberg, Bertil & Carlsson, Sten (red)
 Fortifikationskåren, s 48 (Stockholm) 1986