Matematiska Institutionen
STOCKHOLMS UNIVERSITET
Avd. Matematik
Examinator: Åsa Ericsson

Tentamensskrivning i
Vektorgeometri och funktionslära
17 augusti 2015

Inga hjälpmedel är tillåtna utöver pennor, radergummi och linjaler.

Del A: Korta frågor

Det räcker med svar på dessa uppgifter. Uppgifterna bedöms endast som Rätt eller Fel.

1. Vilken är vinkeln mellan vektorerna $(4, 5, 6)$ och $(\frac{1}{2}, 2, -2)$?

2. Ange en ekvation för det plan som går genom punkten $(1, 1, 0)$ och har normalvektor $(3, -2, 6)$.

3. Beräkna $|(1 + i)(1 - 2i)|$.

4. Markera följande tal i komplexa talplanet: $z = \sqrt{2} - i$ och $w = \sqrt{2}i$.

5. Beräkna $\binom{17}{3}$.

6. Lös ekvationen $27 \cdot 3^x = \sqrt{3}$.

7. Lös ekvationen $\lg x + \lg 4 = 2$.

8. Förenkla $\ln \sqrt{e^a}$.

Var god vänd!

Del B: Problem

Skriv lösningar klart och tydligt med kortfattade motiveringar som gör din tankegång lätt att följa, steg för steg. Ha med en figur där det är lämpligt. Varje uppgift kan ge 4 poäng. En beräkning utan någon förklaring ger aldrig full poäng.

9. Låt A, B och C vara sidornas mittpunkter i triangeln PQR. Låt O vara origo. Visa att

$$\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = \overline{OP} + \overline{OQ} + \overline{OR}\ .$$

4p

10. Visa att linjerna L_1 och L_2 som ges nedan inte skär varandra. Bestäm en linje L_3 som skär båda dessa linjer och ge ett uttryck för cosinusvärdet av vinkeln mellan L_1 och L_3.

$$L_1 : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases} \qquad L_2 : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 \\ z = -1 + t \end{cases}$$

4p

11. Utveckla $(2 - x)^5$ med hjälp av binomialsatsen. 4p

12. (a) Beräkna z^{50} då $z = \dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2} i$. 3p

    (b) Vad är z^{-50}? 1p

13. Kan det stämma att summan av den geometriska serien $1 + 2\sqrt{2a} + 8a + \ldots$, för någon konstant a, är 5? Motivera ordentligt. 4p

14. Låt $y = x^3 - 6x^2 + 8x + 3$.

    (a) Bestäm inflektionspunkten för kurvan och lutningen för tangenten i denna punkt. (Derivering får inte användas.) 3p

    (b) Bestäm lutningen på tangenten genom punkten $(0, 3)$ (även nu utan att derivera). 1p

Lösningsförslag läggs upp på kurshemsidan. För att få besked om resultat när rättningen är klar: skicka epost till asa@math.su.se. Skrivningarna finns sedan tillgängliga på studentexpedition, rum 203-204 i hus 5.