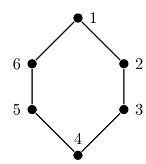
RÄTTELSE

OLOF BERGVALL, OLOFBERG@MATH.SU.SE

I "Video 3 - Fixpunktsmängder och Burnsides lemma" blev följande exempel fel. Här följer en rättad version.

Exempel. Hur många halsband kan man göra med 6 röda och blå pärlor?

Lösning: Vi modellerar halsbanden med färgläggningar av grafen Γ på bilden. Notera att vi tillåter närliggande hörn att ha samma färg så färläggningarna är inte nödvändigtvis graffärgningar.



Vi låter X vara mängden av färläggningar. Två färgläggningar ger likadana halsband om det finns ett element i $\mathrm{Aut}(\Gamma)$ som tar den ena färläggningen till den andra. Antalet olika halsband blir alltså antalet banor. Detta antal kan vi räkna ut med hjälp av Burnsides lemma.

Vi har

$$\begin{aligned}\mathrm{Aut}(\Gamma) = \{&\mathrm{id}, (123456), (135)(246), (14)(25)(36), (153)(264), (165432),\\ &(26)(35), (13)(46), (15)(24), (12)(36)(45), (14)(23)(56), (16)(25)(34)\}.\end{aligned}$$

En färläggning fixeras av $\sigma \in \mathrm{Aut}(\Gamma)$ precis om hörn som står i samma cykel har samma färg och det finns två färger att välja på. Alltså blir antalet fixpunkter av σ lika med 2^c där c är antalet cykler i σ. Vi har därför

σ	$\lvert F(\sigma)\rvert$
$\mathrm{id} = (1)(2)(3)(4)(5)(6)$	2^6
(123456)	2^1
$(135)(246)$	2^2
$(14)(25)(36)$	2^3
$(153)(264)$	2^2
(165432)	2^1
$(1)(26)(35)(4)$	2^4
$(13)(46)(2)(5)$	2^4
$(15)(24)(3)(6)$	2^4
$(12)(36)(45)$	2^3
$(14)(23)(56)$	2^3
$(16)(25)(34)$	2^3

Antalet banor blir nu, enligt Burnsides lemma,

$$\frac{1}{|\mathrm{Aut}(\Gamma)|} \cdot \sum_{\sigma \in \mathrm{Aut}(\Gamma)} |F(\sigma)| = \frac{1}{12} \cdot 156 = 13.$$