

Inga hjälpmedel tillåtna. Varje uppgift är värd 5 poäng och 15 poäng ger garanterat betyg E. Motivera alla lösningar noggrant.

1. Undersök extremvärden, konvexitetsegenskaper och asymptoter till funktionen

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 6}.$$

Skissera även grafen till f .

2. Bestäm Maclaurinpolynomet av ordning fyra till funktionen

$$f(x) = x \sin x - x^2 e^{2x}.$$

3. Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_n^{n+1} \arctan x dx.$$

4. Bestäm största och minsta värdet till funktionen

$$f(x, y) = x^2 + 2y + y^2$$

på ringområdet

$$\left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{1}{2} \leq x^2 + y^2 \leq 2 \right\}$$

och ange samtliga punkter där dessa värden antas.

5. Beräkna dubbelintegralen

$$\iint_D \frac{\ln(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2} dx dy,$$

där

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 3\}.$$

6. Bestäm den lösning till differentialekvationen

$$y'' + 4y = 4 + \sin x$$

som uppfyller $y(0) = -1$ och $y'(0) = 1$.

Skrivningsåterlämning äger rum fredag 23 augusti klockan 15:00 utanför sal 15 i hus 5. Därefter kan skrivningen hämtas på studentexpeditionen i rum 204.