MATEMATISKA INSTITUTIONEN
STOCKHOLMS UNIVERSITET
Avd. Matematik
Annemarie Luger

Tentamenskrivning i
Analys A, 7.5 hp
den 5/3 2020, kl 9.00-14.00

Inga hjälpmedel tillåtna. 15 poäng (inklusive bonus) ger säkert godkänt på den skriftliga delen. Samtliga svar måste motiveras ordentligt!

1. (a) Ange ett värde på konstanten c sådant att funktionen (3 p)

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} : \begin{cases} x\ln(x^2+y^2) & (x,y) \neq (0,0) \\ c & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

är kontinuerlig. I vilka punkter är funktionen differentierbar? Motivera dina svar!

(b) Avgör om funktionen (2 p)

$$h(x,y) = \frac{\ln(y+1)}{x} \quad \text{då} \quad x > 0$$

har ett gränsvärde då $(x,y) \to (0,0)$ (med $x > 0$).

2. Betrakta funktionen $G(x,y) = xy\, e^{x^2-y^2}$. (5 p)

(a) Undersök om funktionen G antar största och/eller minsta värde i mängden

$$A = \{(x,y) : |x-y| \leq 1\}$$

och bestäm dessa extremvärden i förekommande fall.

(b) Vilka värden antar funktionen G i mängden

$$B = \{(x,y) : |x-y| < 1\}?$$

3. Betrakta funktionen $g(x,y) = (x+y)^3 + \beta(3x^2+y^2)$ med parametern $\beta \in \mathbb{R}$. (5 p)

(a) Bestäm för varje värde på $\beta \neq 0$ alla stationära punkter till g och avgör deras karaktär.

(b) Bestäm för $\beta = 0$ alla stationära punkter till g och avgör deras karaktär.

4. Avgör om funktionen $f(x,y,z) = xyz$ har största och/eller minsta värde under bivillkoren

$$x+y+z = 0 \quad \text{och} \quad x^2+y^2+z^2 = 1.$$

Bestäm dessa i så fall. (5 p)

5. Lös den partiella differentialekvationen (5 p)

$$xF''_{xx} - 4x^3F''_{yy} - F'_x = 16x^3$$

för $x > 0$, till exempel med hjälp av de nya variablerna $s = x^2 - y$ och $t = x^2 + y$.

Var god vänd!

6. (a) Avgör för var och en av följande serier om den är absolutkonvergent, betingat konvergent eller divergent: 5 p

   i. $\sum_{n=1}^{\infty} \binom{2n}{n} \left(-\frac{1}{6}\right)^n$

   ii. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{n}(-1)^n$

   (b) För vilka $x \in \mathbb{R}$ är serien $\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx}$ är konvergent, för vilka divergent?

Resultat publiceras så snabbt som möjligt på kurshemsidan. Även information angående anmälan och schemat till muntan kommer upp där efter att den skriftliga tentan är rättad.

Visning av skriftliga tentorna: Måndag 9/3, kl 10:30 i sal 14.
Återlämning: bara efter att betyg har sätts, dvs säkert när alla muntliga tentor har avslutats, på studentexpeditionen, rum 204 i hus 6.

Vid frågor kontakta: Annemarie Luger (luger@math.su.se)

Lycka till!