MATEMATISKA INSTITUTIONEN
STOCKHOLMS UNIVERSITET
Avd. Matematik
Examinator: Martin Tamm

Tentamensskrivning i
Analys A,
7,5 hp,
201118

Minst 7,5 poäng (inklusive bonus) på problemdelen krävs för att gå vidare till den muntliga delen. Talen är inte ordnade efter svårighetsgrad. Inga hjälpmedel tillåtna. Samtliga svar måste motiveras.

Problemdel

1. Avgör om följande serier konvergerar eller divergerar:

$$a)\quad \sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k\sqrt{k}, \qquad b)\quad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^k}{\sqrt{k}}.$$

3 p

2. Undersök om följande gränsvärden existerar och beräkna dem i förekommande fall:

$$a)\quad \lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{e^{x^2+xy+y^2}-1}{e^{x^2+y^2}-1}, \qquad b)\quad \lim_{x^2+y^2\to\infty}\frac{e^{x^2+xy+y^2}-1}{e^{x^2+y^2}-1}.$$

3 p

3. Transformera differentialekvationen

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}=\frac{\partial f}{\partial x}+\frac{\partial f}{\partial y}$$

till de nya variablerna u och v, där $u = x + y$ och $v = x - y$, och bestäm därefter den allmänna lösningen. 3 p

4. Betrakta funktionen

$$f(x, y, z) = (x + y + z)^2 - 6xyz.$$

a) Avgör om $f(x, y, z)$ antar största och/eller minsta värde på $\mathbb{R}^3$. 1 p

b) Bestäm de stationära punkterna till $f(x, y, z)$ och avgör deras karaktär (max, min eller sadelpunkt). 2 p

5. Avgör om det finns punkter på kurvan $xy^3 + x^3y = 2$ som minimerar respektive maximerar avståndet från kurvan till origo. Bestäm dessa punkter samt deras avstånd till origo i förekommande fall. 3 p

Teoridel

6. Formulera och bevisa medelvärdessatsen samt satsen om sambandet mellan derivata och monotonitet (det räcker med att behandla fallet då $f'(x) > 0$). 3 p

7. Formulera och bevisa Cauchys integralkriterium. 3 p

LYCKA TILL!

Skrivningsresultatet kommer att finnas tillgängligt senast måndagen den 23 november (sannolikt tidigare). **OBS!!! Det är med hjälp av din anonymiseringskod som du kommer att få veta om du blir kallad till munta.** *Kopior av de rättade tentorna kommer att kunna beställas från expeditionen.*