MATEMATISKA INSTITUTIONEN
STOCKHOLMS UNIVERSITET
Avdelning Matematik
Examinator: Pavel Kurasov

Tentamensskivning i
Analys B, 7.5 hp
den 10 januari 2019
kl. 9:00-14:00

Inga hjälpmedel tillåtna.
15 poäng (inklusive bonus) ger säkert godkänd förutsatt att följande teorikrav är uppfyllda: minst 1 poäng på varje teorifråga och sammanlagt minst 4 poäng på teorifrågorna.
15 poäng utan att teorikrav är uppfyllda ger möjlighet till komplettering enligt de regler som finns beskrivna i betygskriterierna.
OBS! Ange antalet bonuspoäng på skirvningsomslaget.

Problemdel

1 Beräkna kurvintegralen **(5p)**

$$\int_\gamma \frac{2xdx + 2ydy}{x^2 + y^2},$$

där γ är kurvan som går från $(2,0)$ till $(2,2)$ och ges av ekvationen $y^2 - 2y + 2 - x = 0$.

2 Betrakta potensserien **(5p)**

$$\sum_{k=0}^{\infty} (k+1) z^k.$$

(a) Bestäm seriens konvergensradie R.

(b) Beteckna seriens summa med $f(z)$. Bestäm potensserien för $\int_0^z f(w)dw$ och summera den för $|z| < R$.

(c) Bestäm för $|z| < R$ en explicit formel för $f(z)$.

3 Beräkna flödesintegralen **(5p)**

$$\int\int_Y \vec{F} \cdot \vec{N}\, dS$$

där $\vec{F} = (xy^2, x^2y, -z)$ och Y är den del av ellipsoiden $\left\{(x,y,z) : x^2 + y^2 + 4z^2 = 1\right\}$ där $z \geq 0$ (med uppåtriktad normal).

4 Beräkna integralen **(5p)**

$$\int_C \frac{z+2}{z^3 - 3z^2 + 4z - 12} dz,$$

där C är cirkeln av radie 2 med centrum i $3 + i$ som är tagen ett varv moturs.

Teoridel

5 Formulera Greens formel. Bevisa den för områden på formen $\varphi(x) \leq y \leq \psi(x)$, $a \leq x \leq b$ och på formen $\alpha(y) \leq x \leq \beta(y)$, $c \leq y \leq d$. Skissa sedan hur man får Greens formel för mer allmänna områden i planet. **(5p)**

6 Definiera begreppen likformigt konvergent funktionsföljd och likformigt konvergent funktionsserie. Förklara skillnaden mellan punktvis och likformig konvergens för följder. Visa att om en följd av kontinuerliga funktioner konvergerar likformigt i ett intervall $[a,b]$, så är gränsvärdet av integralerna (över $[a,b]$) lika med integralen av gränsfunktionen. **(5p)**

LYCKA TILL!

Skrivningsåterlämning tisdag den 22 januari kl 12:15 i sal 16, därefter i rum 204, hus 6.