

*Tillåtna hjälpmedel: inga. Samtliga svar måste motiveras. 15 poäng ger säkert minst betyget E.*

1. Beräkna följande gränsvärden:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 - 9}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{2x} - e^2}{\ln x}.$$

4 p

2. Bestäm för alla reella tal  $a$  antalet lösningar till följande ekvationssystem:

$$\begin{cases} x + y + az = 5 \\ ax - 3y + 4z = -7 \\ 2x - y + 4z = 3 \end{cases}$$

5 p

3. Bestäm maximum till funktionen

$$f(x) = 2 \ln x - 5 \arctan x$$

på intervallet  $]0, 1]$ . Antar funktionen något minsta värde?

5 p

4. Låt  $ABCD$  vara en liksidig tetraeder. Betrakta vektorn  $\overline{EF}$  från mittpunkten på  $AB$  till mittpunkten på  $CD$ , och vektorn  $\overline{GH}$  från mittpunkten på  $AC$  till mittpunkten på  $BD$ . Uttryck vektorerna  $\overline{EF}$  och  $\overline{GH}$  i basen  $(\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD})$  samt beräkna vinkeln mellan dem.

5 p

5. Låt  $D$  vara det begränsade område i planet vars rand utgöres av (delar av)  $x$ -axeln, kurvan  $y = x^3$  och linjen  $x = 2$ . Bestäm volymerna av de områden i rummet som uppstår då  $D$  får rotera runt  $x$ -axeln respektive  $y$ -axeln.

5 p

6. a) Bestäm den lösning till differentialekvationen

$$y' - e^x y = e^x$$

som uppfyller bivillkoret  $y(0) = 0$ .

3 p

- b) Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen

$$y'' + 4y' + 3y = (x^2 + x)e^x.$$

3 p

*Skrivningsåterlämning torsdagen den 24 januari kl 12.20 i sal 22 i hus 5, därefter i rum 208, hus 6, Kräftriket.*