

*Tillåtna hjälpmedel: inga. Samtliga svar måste motiveras. 15 poäng ger säkert minst betyget E.*

1. Beräkna följande gränsvärden:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^3 - 1}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x \sin x} - \frac{1}{x^2} \right).$$

4 p

2. Lös matrisekvationen  $AXA^{-1} = B$  där

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{och} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

5 p

3. Betrakta alla rektanglar med sidorna parallella med koordinat-axlarna som får plats mellan  $x$ -axeln och kurvan  $y = e^{-x^2}$ . Bestäm den maximala area som en sådan rektangel kan ha.

5 p

4. Bestäm, för alla reella värden på parametern  $a$ , antalet lösningar till ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + 3y + 2z = a \\ x + ay + 2z = 2 \\ x + 3y + az = 2 \end{cases}$$

5 p

5. Bestäm volymen av den kropp som uppstår då kurvan  $y = \sqrt{x(1-x)}$ ,  $0 \leq x \leq 1$ , får rotera runt  $x$ -axeln.

5 p

6. a) Bestäm den lösning till differentialekvationen

$$x^2 y' = y \sqrt{y}$$

som uppfyller bivillkoret  $y(1) = 1$ .

3 p

- b) Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen

$$y'' - 4y' + 4y = 2x^2 - 4.$$

3 p

*Skrivningsåterlämning fredagen den 23 augusti kl 10.00 utanför sal 15 i hus 5, därefter i rum 204, hus 6, Kräftriket.*