

Tentamen i Sannolikhetsteori I

28 oktober 2020 kl. 9–15

Examinator: Maria Deijfen. Frågor om tentan besvaras under hela skrivtiden per telefon 070-3369790.

Tillåtna hjälpmedel: Kursboken samt annan litteratur, beräkningsprogram, etc. Att samarbeta eller ta hjälp av någon annan person är inte tillåtet.

Återlämning: Resultat läggs in i Ladok senast onsdag 11 november.

Varje korrekt löst uppgift ger 10 poäng. Resonemang skall vara klara och tydliga att följa och eventuella approximationer ska motiveras. Införda beteckningar ska definieras. Följande gränser gäller för betygen A-E:

A	B	C	D	E
50	45	40	35	30

Försäkran. Dina inlämnade lösningar behöver innehålla ditt namn samt följande passage för att bli godkända: *Jag försäkrar på heder och samvete att jag inte fått hjälp av någon annan person för att lösa dessa uppgifter.*

Uppgift 1

Här följer fem flervalsfrågor. Varje fråga har endast ett rätt svarsalternativ. Besvara frågan genom att ange det rätta alternativet. Svaren behöver inte motiveras.

a) Ett heltal mellan 1 och 10 (där 1 och 10 ingår) väljs slumpmässigt. Låt $A = \{\text{talet är jämnt}\}$ och $B = \{\text{talet är mindre än } 7\}$. Vilket uttryck representerar händelsen $\{2, 4, 6\}$?

1. $A \cup B$
2. A^c
3. $A \cap B$
4. B^c

b) Antag att $P(X = 1) = 0.4 = 1 - P(X = a)$ och $\mathbb{E}[X] = 4$. Vad gäller?

1. $a = 2$
2. $a = 4$
3. $a = 6$
4. $a = 8$

c) Om X är $\text{NegBin}(r_1, p_1)$, Y är $\text{NegBin}(r_2, p_2)$ och X och Y är oberoende så är $X + Y$

1. $\text{NegBin}(r_1 + r_2, p_1 + p_2)$
2. $\text{NegBin}(r_1 + r_2, p)$ om $p_1 = p_2 = p$
3. $\text{NegBin}(r, p_1 + p_2)$ om $r_1 = r_2 = r$
4. aldrig negativt binomialfördelad

d) Antag att X är normalfördelad med väntevärde 1 och varians 4. Vad är sant?

1. $P(X \geq 1/\sqrt{4}) = 1/2$
2. $P(X \geq 1) = 1/2$
3. $P(X \geq 0) = 1/2$
4. $P(X \geq 1/4) = 1/2$

e) Låt (X, Y) vara en tvådimensionell stokastisk variabel. Påstående: Om $A, B \subset \mathbb{R}^2$ och $|A| \leq |B|$ (där $|\cdot|$ betecknar area), så gäller att $P((X, Y) \in A) \leq P((X, Y) \in B)$. Påståendet är:

1. sant
2. falskt

Uppgift 2

En viss population består av 10% storrökare, 25% normalrökare och 65% icke-rökare. Sannolikheten att dö under ett givet år är sex gånger så stor för en storrökare som för en icke-rökare, och tre gånger så stor för en normalrökare som för en icke-rökare. För en slumpmässigt vald person i populationen får vi information om att personen har avlidit under året. Vad är sannolikheten att personen var icke-rökare?

Uppgift 3

Ett flygplan av viss typ tar 100 passagerare. Passagerarnas vikter kan ses som oberoende stokastiska variabler med väntevärde 75 kg och standardavvikelse 10 (kg). Vikterna på passagerarnas bagage är också oberoende stokastiska variabler men med väntevärde 15 och standardavvikelse 5. Bagagevikterna är oberoende av passagerarvikterna.

a) Beräkna väntevärde och varians för den sammanlagda vikten av en passagerare och hennes/hans bagage.

b) Beräkna sannolikheten att den sammanlagda vikten av de 100 passagerarna och deras bagage överstiger 9300 kg.

Uppgift 4

Ett kretskort i en dator består av fyra elektroniska komponenter. Komponenterna fungerar oberoende av varandra och livslängden (mätt i år) för en komponent beskrivs av en stokastisk variabel med täthetsfunktion

$$f(x) = \begin{cases} 1/x^2 & \text{om } x \geq 1; \\ 0 & \text{annars.} \end{cases}$$

- a) Vad är sannolikheten att alla komponenter har gått sönder efter två år?
- b) Vad är sannolikheten att minst tre av komponenterna har gått sönder efter två år?

Uppgift 5

Låt X och Y vara oberoende exponentialfördelade stokastiska variabler med parameter 1 och definiera $Z = X + Y$.

- a) Bestäm täthetsfunktionen för Z .
- b) Ange korrelationen mellan X och Z .

Uppgift 6

I en låda finns 10 whiteboard-pennor, av vilka 6 är oanvända. Man väljer slumpvis ut två av pennorna för att använda under det första föredraget vid en konferens. Efter föredraget (då båda pennorna används) läggs de tillbaka i lådan. Därefter väljer man slumpvis ut två pennor till det andra föredraget. Vad är sannolikheten att båda pennor som väljs till det andra föredraget är oanvända?

Lycka till!