

Hjälpmedel: Penna, radergummi, papper, linjal, passare. *Lycka till!*

1. Formulera och bevisa Pythagoras sats och dess omvändning. Var noga med att ange vilka satser du använder i bevisen. (6p)

2. Triangeln $\triangle ABC$ är likbent, $|AB| = |AC|$ och vinkeln vid hörnet B är dubbelt så stor som den vid hörnet A . Låt D vara skärningspunkten mellan AB och bisektrisen till vinkeln vid C .

a) Bevisa att $\triangle CDB \sim \triangle ABC$ och bestäm förhållandet $|BC|/|AB|$. (4p)

b) Bestäm förhållandet mellan längden av en diagonal och längden av en sida i en regelbunden femhörning (att en femhörning är regelbunden innebär att alla sidor är lika långa och alla vinklar lika stora). Ledning: Drag båda diagonalerna från ett av hörnen. (2p)

Var noga med att ange vilka satser du använder.

3.a) Definera begreppet ordning av ett tal modulo ett annat. (3p)

b) Antag att a har ordning k modulo n och att $a^m \equiv 1 \pmod{n}$. Bevisa att k delar m . (3p)

4. Förklara varför decimalutvecklingen av ett rationellt tal är periodisk. Vad händer om nämnaren innehåller faktorer 2 och/eller 5? Varför? Använd gärna numeriska exempel i båda frågorna. (6p)

5. Låt x_1, x_2, x_3 vara rötterna till ekvationen $x^3 + px + q = 0$. Uttryck $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4$ i koefficienterna p och q . (6p)

6. Antag att ekvationen $x^3 + px + q = 0$ har en dubbelrot. Bevisa att den är lika med $\sqrt{-\frac{p}{3}}$. (6p)

Betygskriterier: För E krävs 18 p, för C krävs 27 p och för A krävs 35 p.

Återlämning och genomgång av skrivningen äger rum tisdagen den 22 januari kl 10.00-10.30 i mitt tjänsterum 328, hus 6. Du kan också mejla till mig för att få resultatet, torbjorn@math.su.se.