STOCKHOLMS UNIVERSITET,
MATEMATISKA INSTITUTIONEN,
Avd. Matematisk statistik

Lösningsförslag

Tentamen: Nationalekonomi för aktuarier (MT7016), 2019-10-31

Lösningsförslag 1

(A) Efterfrågans inkomstelasticitet mäter hur responsiv den efterfrågade kvantiteten är för förändringar i konsumenternas inkomster.

(B) Efterfrågans korspriselasticitet ger information om vad som händer med en varas efterfrågan vid förändringar i en annan varas pris (se även föreläsningsanteckningar från Dag 3).

(C) En tillgångs likviditet anger hur snabbt/enkelt den går att sälja.

(D) Mängden av alla varukombinationer som ger samma nytta kallas indifferenskurva (se även föreläsningsanteckningar från Dag 11).

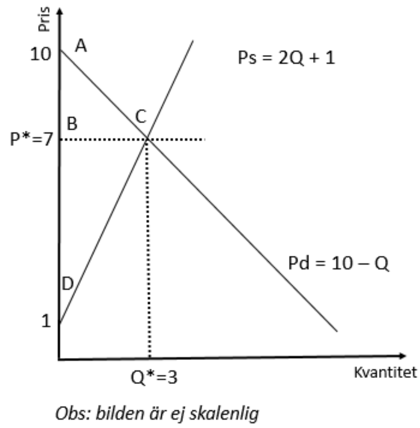
Lösningsförslag 2

(A) Om inkomsten ökar så minskar efterfrågan på inferiöra varor.

(B) Den minskar.

(C) För inferiöra varor så gäller att inkomsteffekten minskar efterfrågan på varan medan substitutionseffekten ökar efterfrågan på varan. Således är det möjligt att en prissänkning får en negativ effekt på efterfrågan, vilken innebär att efterfrågekurvan för en inferiör vara kan vara delvis växande (se även föreläsningsanteckningar från Dag 2).

Lösningsförslag 3



(A) Jämviktskvantiteten Q^* är den kvantitet som gör att $Pd = Ps$. I detta fall motsvarar detta $2Q^*+1 = 10-Q^*$, vilket ger $Q^* = 3$. Motsvarande jämviktspris ges av $P^* = 2Q^* + 1 = 7$.

(B) Producentöverskottet motsvarar arean av området BCD, dvs: $(7-1) \cdot 3/2 = 9$.

(C) Konsumentöverskottet motsvarar arean av området ABC, dvs: $(10 - 7) \cdot 3/2 = 4.5$.

(D) Marknadspriset i landet blir världsmarknadspriset 2 plus tullen x dvs $p^{tull} = 2 + x$. Motsvarande efterfrågan blir $Q_d^{tull} = 10 - p^{tull} = 8 - x$. Motsvarande utbud blir $Q_s^{tull} = \frac{1}{2}(p^{tull} - 1) = \frac{1}{2}(2 + x - 1) = \frac{1}{2} + \frac{x}{2}$. Importen blir således $I = Q_d^{tull} - Q_s^{tull} = 8 - x - (\frac{1}{2} + \frac{x}{2}) = 7.5 - 1.5x$. Skatteintäkten är importen gånger tullen, dvs $x \cdot I = x(7.5 - 1.5x)$ och enkla beräkningar visar att det x som maximerar detta uttryck är $x = 2.5$; dvs den tull som maximerar skatteintäkten är 2.5 EUR.

Lösningsförslag 4

(A) Vi löser följande problem:

$$\{\max_{x_1, x_2} x_1 x_2 : p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq m\},$$

vilket motsvarar

$$\{\max_{x_1, x_2} x_1 x_2 : p_1 x_1 + p_2 x_2 = m\}.$$

Lagrangian blir:

$$x_1 x_2 - \lambda(p_1 x_1 + p_2 x_2 - m).$$

Vi sätter derivatorna för lagrangian lika med noll, och erhåller FOC:

$$x_2 - \lambda p_1 = 0$$

$$x_1 - \lambda p_2 = 0$$

Detta ger

$$\lambda = x_2/p_1 = x_1/p_2 \Rightarrow x_2 p_2 = x_1 p_1$$

och om vi stoppar detta i budgetrestriktionen $p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$ så får vi

$$x_1 p_1 + x_1 p_1 = m \Rightarrow x_1^* = \frac{m}{2p_1}.$$

På samma sätt erhålls $x_2^* = \frac{m}{2p_2}$. Den Marshallianska efterfrågefunktionen blir

$$x(p_1, p_2, m) = \left(\frac{m}{2p_1}, \frac{m}{2p_2} \right).$$

(B) Den Marshallianska efterfrågefunktionen anger en konsuments optimala varukorg som en funktion av prisvektorn p och den mängd pengar konsumenten har m. I detta fall finns endast två varor, dvs $p = (p_1, p_2)$, och $x_1(p_1, p_2, m)$ är den optimala mängden av varan med pris p_1 medan $x_2(p_1, p_2, m)$ är den optimala mängden av varan med pris p_2.

(C) Utgiftsfunktionen definieras av

$$e(p_1, p_2, u) = \{\min_{x_1, x_2} p_1 x_1 + p_2 x_2 : x_1 x_2 \geq u\},$$

vilket trivialt är ekvivalent med

$$e(p_1, p_2, u) = \{\min_{x_1, x_2} p_1 x_1 + p_2 x_2 : x_1 x_2 = u\}.$$

Vi använder att bivillkoret kan skrivas $x_2 = u/x_1$ för att erhålla

$$e(p_1, p_2, u) = \min_{x_1} p_1 x_1 + p_2 u/x_1.$$

Vi deriverar och sätter derivativan lika med noll och erhåller att FOC ges av:

$$p_1 + p_2 u \frac{-1}{x_1^2} = 0$$

$$\Rightarrow x_1^* = \sqrt{u p_2/p_1}.$$

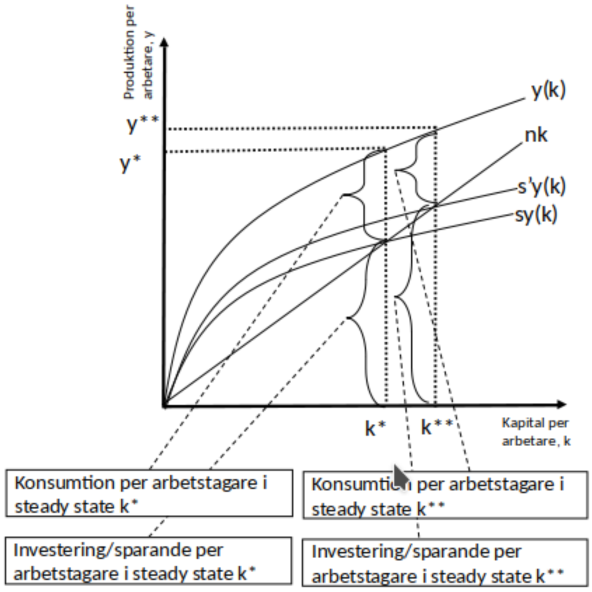
På samma sätt erhålls $x_2^* = \sqrt{u p_1/p_2}$. Det följer att

$$e(p_1, p_2, u) = x_1^* p_1 + x_2^* p_2 = 2\sqrt{u p_1 p_2}.$$

(D) $e(p_1, p_2, u)$ är kostnaden för den billigaste varukorgen bestående av två varor med priserna p_1 och p_2 som ger en nytta om minst u.

Lösningsförslag 5

(A)



I ursprungliga steady state har vi $sy(k^*) = nk^*$. När sparkvoten ökar till $s' > s$ ser vi att $s'y(k^*) > sy(k^*) = nk^*$. Vid k^* är därmed investeringen per arbetstagare $s'y(k^*)$ högre än den kvantitet som krävs för att nya arbetare ska få samma kapitalmängd som existerande arbetare nk^* (kapitalfördjupning). Det följer att kapitalmängd per arbetare k ökar, vilket leder till att produktion per arbetare y ökar, vilket leder till att sparandet per arbetare $s'y$ ökar, vilket leder till att kapitalmängd per arbetare k ökar ännu mer, ... osv. tills dess att kapitalmängden k^{**} nås, där k^{**} ges av $s'y(k^{**}) = nk^{**}$.

(B) Konsumtion per arbetare ges av $c(k) = (1-s)y(k) = y(k) - sy(k)$.
I steady state gäller att $sy(k) = nk$, dvs. i steady state gäller följande för konsumtion per arbetare:

$$c(k) = y(k) - sy(k) = y(k) - nk.$$

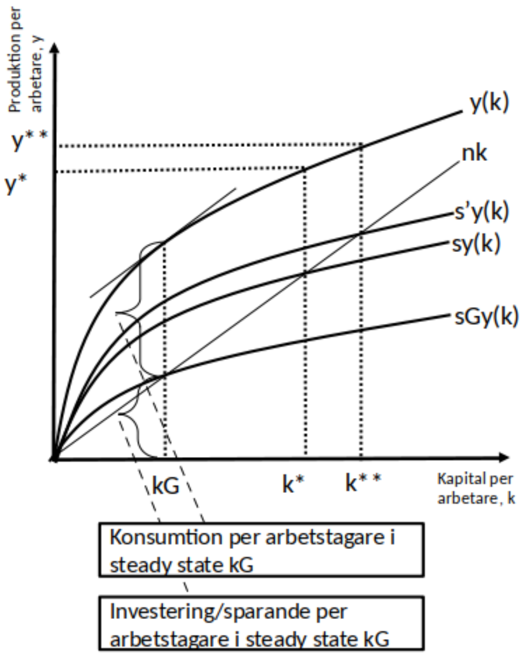
Vi vill maximera detta uttryck med avseende på k:

$$\frac{dc}{dk} = \frac{dy}{dk} - n = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dk} = n.$$

Dvs. konsumtionen är maximal i det steady state där mängden kapital per arbetare k^G uppfyller

$$\frac{dy(k^G)}{dk} = n, \tag{1}$$

dvs. den mängd kapital per arbetare där lutningen på $y(k)$ är lika med befolkningstillväxten n, vilket också går att se grafiskt:



I steady state gäller att $sy(k) = nk$, dvs. för s^G och k^G gäller

$$s^G y(k^G) = nk^G \Rightarrow s^G = \frac{nk^G}{y(k^G)},$$

där k^G bestäms av (1).

Lösningsförslag 6

(A) Om olyckan sker har konsumenten efteråt:

$$W - L - \alpha q + q.$$

Om ingen olycka sker har konsumenten:

$$W - \alpha q.$$

Situationen kan därmed beskrivas enligt följande lotteri:

$$p \circ (W - L - \alpha q + q) \oplus (1 - p) \circ (W - \alpha q)$$

Nyttan av lotteriet ges av

$$pu(W - L + (1 - \alpha)q) + (1 - p)u(W - \alpha q).$$

(B) Nyttan av lotteriet som konsumenten står inför om han tecknar försäkringen är

$$pu(W - \alpha L) + (1 - p)u(W - \alpha L) = u(W - \alpha L) = \sqrt{W - \alpha L}, \tag{2}$$

dvs. konsumenten har $W - \alpha L$ oavsett om olyckan sker eller ej.

Lotteriet som konsumenten står inför om han inte tecknar försäkringen är:

$$p \circ (W - L) \oplus (1 - p) \circ W,$$

och nyttan av detta lotteri ges av

$$pu(W - L) + (1 - p)u(W) = p\sqrt{W - L} + (1 - p)\sqrt{W}. \tag{3}$$

För att konsumenten ska vara indifferent mellan dessa två alternativ krävs därmed att (2) = (3):

$$\begin{aligned}
\sqrt{W - \alpha L} &= p\sqrt{W - L} + (1 - p)\sqrt{W} \\
\Rightarrow W - \alpha L &= (p\sqrt{W - L} + (1 - p)\sqrt{W})^2 \\
\Rightarrow \alpha L &= W - (p\sqrt{W - L} + (1 - p)\sqrt{W})^2,
\end{aligned}$$

dvs. det maximala priset konsumenten är villig att betala är $\alpha^* L$, där

$$\alpha^* L = W - (p\sqrt{W - L} + (1 - p)\sqrt{W})^2,$$

vilket innebär att α^* ges av

$$\alpha^* = \frac{1}{L}(W - (p\sqrt{W - L} + (1 - p)\sqrt{W})^2),$$

där α^* är maximalt pris per försäkrad SEK, om valet står mellan att teckna full försäkring eller att vara utan försäkringsskydd.