

## Tentamen i Livförsäkringsmatematik I

25 oktober 2019 kl. 9–14

*Lärare:* Gunnar Andersson, gunnar.andersson@ActStrats.com, tel: 0709 390 350.

*Tillåtna hjälpmedel:* Inga.

*Återlämning:* Fredagen den 8 november 2019 kl 10.00 - 10.30, sal 321, Matematisk statistik.

Varje korrekt löst uppgift ger 10 poäng. Gränsen för godkänt är preliminärt 25 poäng av 50 möjliga poäng. Resonemang skall vara klara och tydliga.

---

### Uppgift 1

Betrakta  $n_x$  individer i åldern  $x$  där  $D(x, x + 1)$  är antalet individer som avlider i åldern  $x$  under ett observationsår.

a) Ange lämplig statistisk fördelning för den stokastiska variabeln  $D(x, x + 1)$  samt ange de förutsättningar som i så fall bör gälla för att fördelningen ska vara lämplig att modellera livslängden med.

(2 p)

b) Ange en lämplig skattning för den ettåriga dödsrisken.

(2 p)

c) Låt  $x = 50$ ,  $n_x = 10\,000$  och  $D(x, x + 1) = 16$ . Ange ett 95%-igt ungefärligt konfidensintervall för den ettåriga dödsrisken. Konfidensintervallet behöver inte beräknas numeriskt.

(6 p)

## Uppgift 2

En *uppskjuten temporär livränta* definieras av att det från försäkringen betalas ut  $L$  kronor per år med början efter  $k$  år så länge den försäkrade lever, dock längst i  $s$  år. Antag vidare att den försäkrade är  $x$  år gammal vid försäkringens tecknande.

Härled Thieles differentialekvation för denna försäkring. Premien  $P$  betalas som en årspremie i  $n$  år,  $n \leq k$ . Utgå från  $A(t)$  och  $B(t)$ , det vill säga kapitalvärdena av *försäkringsgivarens* respektive *försäkringstagarens* framtida förpliktelser. Dessa behöver inte härledas.

(10 p)

## Uppgift 3

Låt  $l(x)$ ,  $x \geq 0$ , vara överlevelsefunktionen samt  $q_x$  vara den ettåriga dödsrisken för en  $x$ -årig individ. Bevisa att

$$l(x) = \prod_{i=0}^{x-1} (1 - q_i), \quad x = 1, 2, \dots,$$

där  $l(0) = 1$ . Alla antaganden och teknik som används i beviset skall nogga anges.

(10 p)

## Uppgift 4

Låt

$$\mu_x = \beta \cdot x, \quad x \geq 0.$$

vara ett exempel på en dödlighetsintensitet ( $\beta > 0$ ), som i och för sig inte är riktigt realistisk för biologiska system.

**a)** Bestäm överlevelsefunktionen  $l(x), x \geq 0$ , hörande till ovan angivna dödlighetsintensitet.

(5 p)

**b)** Visa att  $f_x(t) \rightarrow 0$ , då  $t \rightarrow \infty, x \geq 0$ .

(5 p)

### Uppgift 5

Joker är 70 år gammal och är gift med Fortuna, som är 69 år gammal. Joker vänder sig till ett livförsäkringsföretag och begär en offert på följande försäkring:

Om Fortuna avlider inom 5 år från tecknandet av försäkringen, ska det till Joker betalas ut 100 000 kronor som Joker då avser att spendera till en jordenrundresa. Om Fortuna överlever de fem första 5 åren ska till Joker utbetalas 5 000 kronor, som Joker avser att använda till ett rejält krogbesök. Utbetalning av beloppen ovan förutsätter att Joker lever vid respektive utbetalningstidpunkt.

Ange formeln för försäkringens engångspremie.

(10 p)