

Minst 7,5 poäng (inklusive bonus) på problemdelen krävs för att gå vidare till den muntliga delen. Talen är inte ordnade efter svårighetsgrad. Inga hjälpmedel tillåtna. Samtliga svar måste motiveras.

Problemdel

1. Avgör om följande serie och generaliserade integral konvergerar eller divergerar:

$$a) \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \arctan k, \quad b) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{x^2}{\sqrt{\cos x}} dx.$$

3 p

2. Undersök om följande gränsvärden existerar och beräkna dem i förekommande fall:

$$a) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\cos(xy) - 1}{x^4 + y^4}, \quad b) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\cos(x^2 y^2) - 1}{x^6 + y^6}.$$

3 p

3. a) Transformera differentialekvationen

$$2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - 3 \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} - 2 \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 2 \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y}$$

till de nya variablerna u och v , där $u = 2x + y$ och $v = x - 2y$.

2 p

- b) Bestäm den allmänna lösningen till den partiella differentialekvationen i a-uppgiften.

1 p

4. Betrakta följande funktion på \mathbb{R}^3 :

$$f(x, y, z) = 2xyz - xy - yz - zx.$$

- a) Bestäm alla f :s stationära punkter och avgör deras karaktär (max, min eller sadelpunkt). 2 p

- b) Bestäm supremum och infimum samt globalt max och min i förekommande fall. 1 p

5. a) Motivera varför funktionen $f(x, y) = xy$ antar största och minsta värde på kurvan

$$(x^2 + y^2)^2 + 8xy = 12.$$

1 p

- b) Bestäm de största och minsta värdena i a). 2 p

Teoridel

6. Formulera och bevisa medelvårdessatsen samt satsen om sambandet mellan derivata och monotonitet. 3 p

7. Formulera och bevisa Cauchys integralkriterium. 3 p

LYCKA TILL!

Skrivningsresultatet kommer att finnas tillgängligt senast måndagen den 18 oktober (sannolikt tidigare). Beslut om återlämning av tentorna kommer att fattas med hänsyn till rådande omständigheter och meddelas via kurssidan.