STOCKHOLMS UNIVERSITET,
MATEMATISKA INSTITUTIONEN,
Avd. Matematisk statistik

Lösningsförslag

Tentamen: Nationalekonomi för aktuarier (MT7016), 2021-10-22

Lösningsförslag 1

(A) Se föreläsningsanteckning, dag 1.

(B) Se föreläsningsanteckning, dag 2.

(C) Se föreläsningsanteckning (om försäkring; dag 11).

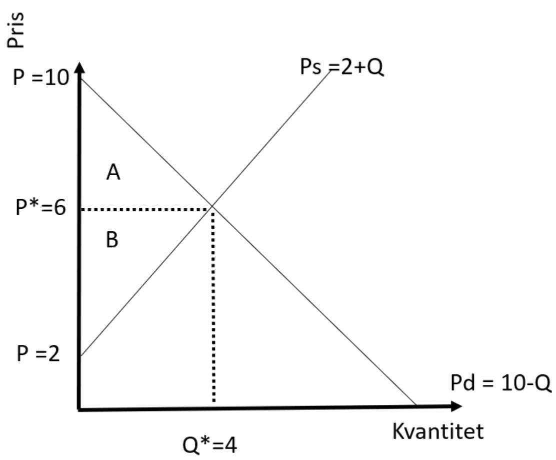
(D) Se föreläsningsanteckning, dag 3.

Lösningsförslag 2

(A) Se föreläsningsanteckning dag 10 och Begg kapitel 14.1.

(B) Se föreläsningsanteckning dag 10 och Begg kapitel 15.1.

Lösningsförslag 3



Obs: bilden är ej skalenlig

(A) Ansätt $P_s = P_d$ och lös för Q vilket ger $Q^* = 4$ (jämviktskvantiteten). Sätt $Q^* = 4$ i P_s eller P_d och erhåll $P^* = 6$ (jämviktspriset), vilket används nedan.

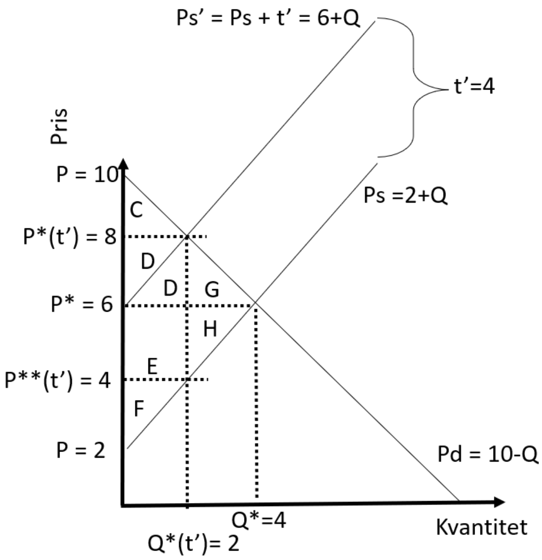
(B) Producentöverskottet beräknas till $(6-2)*4/2 = 8$ (jmfr arean av triangeln B i första figuren).

(C) Konsumentöverskottet beräknas till $(10 - 6) * 4/2 = 8$ (jmfr arean av triangeln A i första figuren).

(D) Se andra figuren. Givet styckskatten t blir utbudskurvan $2 + t + Q$. Ansätt denna utbudskurva lika med efterfrågekurvan och lös för Q. Detta ger $Q^*(t) = 4 - t/2$ (jämviktskvantiteten vid skatt t); vilket i sin tur ger $P^*(t) = 10 - Q^*(t) = 6 + t/2$ (jämviktspris inräknat skatten t). Motsvarande skatteintäkt blir $I^*(t) = t \cdot Q^*(t) = 4t - t^2/2$ och maximering av denna funktion med avseende på t ger att maximal skatt erhålls vid styckskatten $t' = 4$.

(E) Från ovan erhålls $Q^*(t') = Q^*(4) = 4 - 4/2 = 2$. Konsumentöverskottet som motsvarar $t' = 4$ ges av $(10 - 8) \cdot 2/2 = 2$ (jmfr arean av triangeln C i andra figuren). Producentöverskottet som motsvarar $t' = 4$ ges av $(4 - 2) \cdot 2/2 = 2$ (jmfr arean av triangeln F i andra figuren, och notera att det pris som producenten erhåller är $P^{**}(t') = P^*(t') - t' = 8 - 4 = 4$). Dvs både konsumentöverskottet och producentöverskottet minskar med 6 (sammanlagt 12) som en följd av skatten.

Dödviktsförlusten motsvarar arean av figuerna G och H, dvs den är 4. Dödviktsförlusten kan också erhållas som minskningen i producent- och konsumentöverskott (vilken sammanlagt är 12) minus skatteintäkten (vilken beräknas till $I^*(t') = 8$, jmfr även arean av rektanglarna D and E).



Obs: bilden är ej skalenlig

Lösningsförslag 4

Den indirekta nyttofunktionen är

$$V(p_1,p_2,m) = \{\max_{x_1,x_2\geq 0} 2x_1 + x_2 : p_1x_1 + p_2x_2 = m\}.$$

Bivillkoret skrivs som $x_1 = \frac{m-p_2x_2}{p_1}$ och vi erhåller

$$V(p_1,p_2,m) = \max_{m/p_2\geq x_2\geq 0} \left(2\frac{m-p_2x_2}{p_1} + x_2\right).$$

Det vill säga

$$V(p_1,p_2,m) = \max_{m/p_2\geq x_2\geq 0} \left(2\frac{m}{p_1} + x_2(1-\frac{2p_2}{p_1})\right).$$

Enkla beräkningar visar att

$$V(p_1,p_2,m) = \begin{cases} 2m/p_1, & p_1 \leq 2p_2 \\ m/p_2, & p_1 > 2p_2. \end{cases}$$

Lösningsförslag 5

(A) Om Fredrik inte köper lotteriet är nyttan $u(15) = 15^2 = 225$. Om Fredrik köper lotteriet är nyttan

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2}(20+15-12)^2 + \frac{1}{2}(10+15-12)^2 \\ &= \frac{1}{2}(23)^2 + \frac{1}{2}(13)^2 = 349. \end{aligned}$$

Fredrik vill således köpa lotteriet.
(B) Nyttan av lotteriet är

$$p(20+15-12)^2 + (1-p)(y+15-12)^2 = p529 + (1-p)(y+3)^2.$$

Nyttan av att inte köpa lotteriet är som ovan 225, och vi vill därmed hitta en relation mellan p och y så att

$$529p + (1-p)(y+3)^2 = 225.$$

Vi noterar att $y \geq 0$ (enligt uppgiften) och att eftersom p är en sannolikhet så är endast $p \in [0,1]$ relevant. Således har ekvationen ovan inte en lösning om

$$529p + (1-p)3^2 > 225,$$

dvs om

$$p > 216/520$$

, och för att den efterfrågade indifferens-relationen ska kunna vara möjlig behövs alltså att

$$p \leq 216/520.$$

Ekvationen ovan ger

$$(y+3)^2 = \frac{225-529p}{1-p}$$

så att

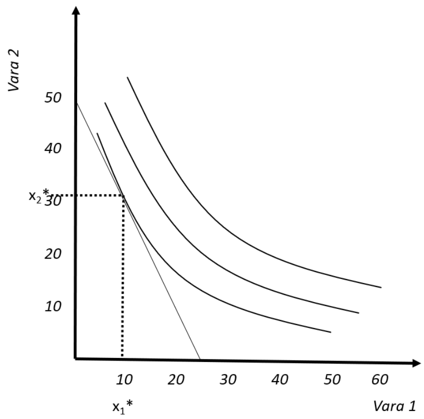
$$y = \sqrt{\frac{225 - 529p}{1 - p}} - 3.$$

Relationen mellan p och y som gör att Fredrik är indifferent mellan att köpa lotteriet och att inte göra det kan alltså identifieras som funktionen

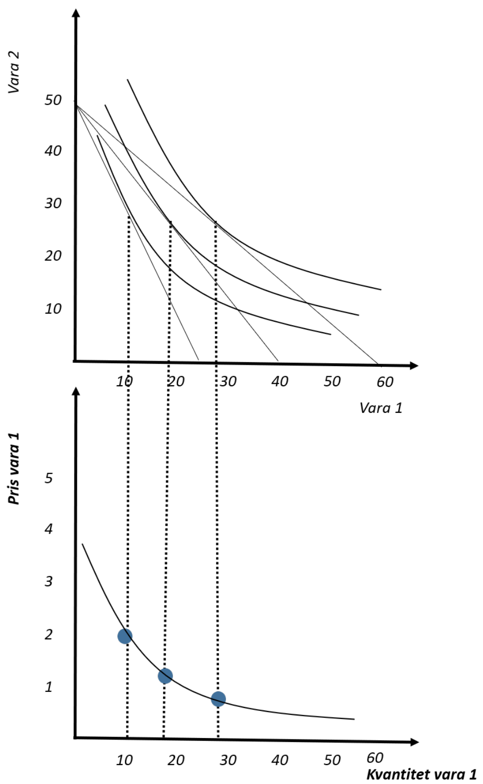
$$p \in [0, 216/520] \to y(p) = \sqrt{\frac{225 - 529p}{1 - p}} - 3.$$

Lösningsförslag 6

Se bild nedan gällande första delen av uppgiften.



För att besvara andra frågan ritar vi följande bilder.



Ur den översta bilden utläses (ungefärligt) att följande punkter ligger på efterfrågekurvan för vara 1:

- $(Q, P) = (10, 2)$
- $(Q, P) = (18, 1, 25)$
- $(Q, P) = (27, 0, 83)$

för att inse detta notera att vi i bilden ritat in budgetrestriktioner givet olika priser för vara 1 (valda så att de snuddar vid indifferenskurvorna), nämligen för $P = 2 = 50/25, P = 1,25 = 50/40, P = 50/60 = 0,83$, respektive, och motsvarande efterfrågade kvantiteter av vara 1 vilka utläses enligt $Q = 10, 18, 27$ (ungefärligt), baserat på indifferenskurvorna. Detta ger en efterfrågekurva i linje med den sista bilden.