
Tillåtna hjälpmedel: inga. Samtliga svar måste motiveras. 15 poäng ger säkert minst betyget E.

1. (2+3 p.) Beräkna följande gränsvärden eller visa att de inte existerar:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{x^2 + \frac{3}{2}x - 1}{x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{1 - \cos x}.$$

2. (5 p.) Bestäm den rotationsvolym som uppstår då funktionsgrafen

$$y = e^x \sqrt{1+x}, \quad -1 \leq x \leq 1,$$

roteras runt x -axeln.

3. (2+2+1 p.) Låt $f(x) = (x^2 - x - 1)e^{-x}$.

- (a) Finn alla lokala minimi- och maximipunkter till f .
- (b) Undersök funktionens beteende när $x \rightarrow \pm\infty$.
- (c) Skissa grafen av f .

4. (5 p.) Bestäm minimum och maximum av funktionen

$$f(x, y) = 3x - 4x^3 + 12xy$$

på det område i planet som begränsas av linjerna $x = 0$, $y = 0$ och $y = 1 - x$.

5. (2+3 p.) I en ON-bas $\mathbb{B} = \{e_1, e_2, e_3\}$ låt u, v, w vara vektorer i rummet med koordinater $u_{\mathbb{B}} = (-1, 0, 2)$, $v_{\mathbb{B}} = (t, 1, -2)$ och $w_{\mathbb{B}} = (3, 3, 6)$.

- (a) För varje t beräkna volymen av den parallelepiped som u, v, w spänner upp.
- (b) För vilka värden på t utgör vektorerna u, v, w en bas i rummet? I fallet $t = 4$ bestäm vektorn e_1 's koordinater i denna bas.

6. (2+3 p.)

- (a) Bestäm alla reella tal λ sådana att $e^{\lambda x}$ löser differentialekvationen $y'' - 5y' + 6y = 0$.
- (b) Bestäm den lösning till differentialekvationen $y' = e^x(y + y^2)$ som uppfyller $y(1) = 1$.

Tentamensåterlämning annonseras på kurshemsidan.

Lycka till!