

Hemtentamen i Sannolikhetslära och statistik för lärare 25 maj 2020

Examinator: Jan-Olov Persson

- Utförliga instruktioner om hemtentamen finns på kurssidan i dokumentet: **Information om hemtentamen.pdf**.
- Besvara inte mer än en fråga på varje blad och skriv ditt namn på alla blad du lämnar in
- Valfri miniräknare eller dator får användas för beräkningar.
- Dina beräkningar måste vara tydliga och gå att följa. Delpoäng kan ges för en lösning där du visar att du har tänkt rätt men har gjort ett slarvfel på vägen.

Varje korrekt löst uppgift, ordentligt redovisad, ger 8 poäng.

Följande betygsgränser gäller preliminärt (förutsatt godkända datorövningar):

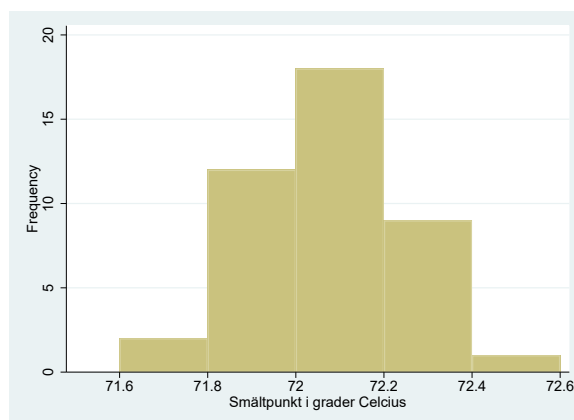
Poäng	A	B	C	D	E
Betyg	44	38	32	28	24

Uppgift 1

Figuren nedan visar resultatet för ett antal smältpunktsmätningar av en kemisk substans. De enskilda mätvärdena finns inte tillgängliga så endast ungefärliga bestämningar av stickprovets median och medelvärde kan göras.

a) Inom vilket intervall (det snävaste tänkbara) kan man med säkerhet säga att medianen ligger? (4p)

b) Inom vilket intervall (det snävaste tänkbara) kan man med säkerhet säga att medelvärdet ligger? (4p)



Uppgift 2

I en studie på friska sjukhusanställda togs dels svalgprover för att testa om de bär på det nya coronaviruset (d.v.s. om de är smittade) och dels blodprov för att testa om de har utvecklat antikroppar mot viruset, vilket skulle innebära att de tidigare varit smittade. Det visade sig att 7 % av deltagarna bar på virus och att 10 % av deltagarna hade antikroppar i blodet. 2,4 % av deltagarna bar både på virus och hade antikroppar i blodet.

a) Hur stor andel av deltagarna var vid provtillfället smittade eller hade tidigare varit smittade av coronaviruset? (4p)

b) Hur stor andel av deltagarna som inte bar på virus hade utvecklat antikroppar mot viruset? (4p)

Eventuellt hjälper det att rita ett Venndiagram

Uppgift 3

En resebyrå anger att sannolikheten att få uppleva norrsken på ett av sina resmål under en slumpmässigt vald november natt är 30 %. Antag att man tillbringar sju nätter i november på resmålet och att norrsken vid olika nätter inträffar oberoende av varandra.

a) Vad är sannolikheten att inte få uppleva något norrsken alls under dessa sju nätter? (2p)

b) Vad är sannolikheten att få uppleva norrsken den första och sista natten men inte under de fem övriga nätterna. (2p)

- c) Vad är sannolikheten att få uppleva norrsken under precis tre nätter, vilka som helst av de sju. (4p)

Uppgift 4

Årlig mängd regn i ett avrinningsområde varierar enligt en normalfördelning med väntevärde 1100 mm och standardavvikelse 210 mm. Antag att regnmängder under olika år är oberoende av varandra.

- a) Vad är sannolikheten att regnmängden ett år understiger 900 mm? (2p)
- b) Vilken regnmängd kan man räkna med kommer överstigas i genomsnitt vart 20:e år (för 5 % av åren)? (4p)
- c) Som en approximativ modell för relationen mellan avrinning, Y (m^3), och regnmängd, X (mm), antar man att $Y = 100 + 0.4X$. Vad är sannolikheten att avrinningen ett år överstiger $600 m^3$? (2p)

Uppgift 5

Ett hasardspel med tärning går ut på att kasta en sexa med så få kast som möjligt. Man får göra högst tre kast och spelet slutar när man har fått den första sexan. Insatsen för ett spel är 10 kr och beloppet som återbetalas *inklusive insats* framgår av tabellen nedan (får man ingen sexa på de tre kasten förloras alltså insatsen).

Antal kast till sexa	1	2	3	> 3
Återbetalt (kr)	30	20	10	0

- a) Låt X vara vinsten (återbetalt belopp minus insats) vid ett spel och beräkna väntevärdet, $E(X)$. (4p)
- b) Antag att man spelar detta spel 100 gånger. Beräkna approximativt sannolikheten att den sammanlagda vinsten blir större än 50 kr. (4p)

Uppgift 6

Låt $X_1 \sim N(\mu_1, \sigma)$ och $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma)$.

Med stickprov av storlek $n_1 = 5$ och $n_2 = 10$ bestämdes ett 95% konfidenstervall för μ_1 till (4.69 , 5.55) och för μ_2 till (5.38 , 5.78).

- a) Bestäm medelvärde och standardavvikelse för stickprovet med 5 observationer. (4p)
- b) Utför ett hypotestest av $H_0 : \mu_1 = \mu_2$. Använd signifikansnivå 5%. (4p)

LYCKA TILL!