

Hemtentamen i Sannolikhetslära och statistik för lärare 20 augusti 2020

Examinator: Jan-Olov Persson

- Utförliga instruktioner om hemtentamen finns på kurssidan i dokumentet: **Information om hemtentamen.pdf**.
- Besvara inte mer än en fråga på varje blad och skriv ditt namn på alla blad du lämnar in
- Valfri miniräknare eller dator får användas för beräkningar.
- Dina beräkningar måste vara tydliga och gå att följa. Delpoäng kan ges för en lösning där du visar att du har tänkt rätt men har gjort ett slarvfel på vägen.

Varje korrekt löst uppgift, ordentligt redovisad, ger 8 poäng.

Följande betygsgränser gäller preliminärt (förutsatt godkända datorövningar):

Poäng	A	B	C	D	E
Betyg	44	38	32	28	24

Uppgift 1

För att undersöka hur lufttrycket i däcken påverkar bränsleförbrukningen kördes en bil samma sträcka med olika val av lufttryck varvid bränsleförbrukningen mättes. Resultatet av undersökningen framgår av tabellen nedan.

Lufttryck (bar)	1.2	1.6	2.0	2.4
Bränsleförbrukning (l/mil)	0.84	0.82	0.76	0.74

a) Rita ett lämpligt diagram som illustrerar resultatet av undersökningen.
(3p)

- b) Anpassa med minsta kvadrat-metoden en regressionslinje som beskriver sambandet mellan bränsleförbrukning och lufttryck. Rita även in linjen i diagrammet i uppgift a. (4p)
- c) Beräkna bränsleförbrukningen för lufttrycket 2.2 bar med hjälp av regressionslinjen. (1p)

Uppgift 2

Fem personer väljs helt slumpmässigt ur en stor befolkning.

- a) Bestäm sannolikheten att ingen av dem är född på en vardag (måndag-fredag). (3p)
- b) Bestäm sannolikheten att exakt tre stycken är födda på en vardag? (3p)
- c) Vilka två rimliga antaganden behövs för att lösa uppgift a och b. (2p)

Uppgift 3

En slumpvariabel X har täthetsfunktion

$$f(x) = \frac{x^3}{4} \quad 0 \leq x \leq c$$

- a) Bestäm värdet på konstanten c . (2p)
- b) Hur stor är sannolikheten att en observation av X utfaller med ett värde mindre än $c/2$. (2p)
- c) Antag att man gör ett stort antal oberoende observationer av X och beräknar deras medelvärde. Vilket medelvärde ska man förvänta sig att få? (2p)
- d) Medianen av X betecknas \tilde{x} och det gäller per definition att $P(X < \tilde{x}) = 0.5$. Bestäm medianen av X . (2p)

Uppgift 4

En gårdsbutik säljer ägg av två typer, vita och bruna. Äggens vikt antas vara normalfördelad med väntevärde 55 gram och standardavvikelse 4 g för de vita äggen och med väntevärde 50 gram och standardavvikelse 3 gram för de bruna äggen.

- a) Ägg med en vikt mellan 53 gram och 63 gram klassas som medelstora. Hur stor del av de vita respektive bruna äggen kan förväntas vara medelstora? (4)
- b) Vi väljer ut ett vitt och ett brunt ägg helt på måfå. Vad är sannolikheten att det bruna ägget väger mer än det vita ägget? (4)

Uppgift 5

En cellsuspension (celler uppslammade i en vätska) innehåller 10^6 celler per liter. Om man med en pipett tar ut a mikroliter av suspensionen så kan man förvänta sig att få a celler. Antal celler man verkligen får är dock slumpmässigt och kan approximativt beskrivas som en Poissonfördelad slumpvariabel med väntevärde a (under förutsättning att suspensionen är homogen och att den uttagna volymen utgör en liten del av den totala volymen).

- a) Hur stor är sannolikheten att få precis 5 celler om man tar ut 5 mikroliter? (2p)
- b) Hur stor är sannolikheten att få minst 1 cell om man tar ut 1 mikroliter? (2p)
- c) Hur stor är sannolikheten att få fler än 50 celler om man tar ut 60 mikroliter? Använd normalapproximation för att beräkna det. (4p)

Uppgift 6

En hobbyodlare vill jämföra grobarheten för två spenatsorter, sort A och B, och sår därför 100 frön av vardera sort och räknar hur många som frön som gror. Det visar sig att 82 stycken frön av sort A gror och 75 stycken av sort B. Utför ett hypotestest för att bedöma om grobarheten skiljer sig

åt mellan sort A och B. Redovisa tydligt vilka dina hypoteser är och vilken signifikansnivå du väljer. (8p)

LYCKA TILL!