STOCKHOLMS UNIVERSITET
MATEMATISKA INSTITUTIONEN
Avd. Matematisk statistik

MT1011
3 juni 2021

Hemtentamen i Sannolikhetslära och statistik för lärare
3 juni 2021

Examinator: Jan-Olov Persson

- Utförliga instruktioner om hemtentamen finns på kurssidan i dokumentet: **Information om hemtentamen.pdf**.
- Besvara inte mer än en fråga på varje blad och skriv ditt namn på alla blad du lämnar in
- Valfri miniräknare eller dator får användas för beräkningar.
- Dina beräkningar måste vara tydliga och gå att följa. Delpoäng kan ges för en lösning där du visar att du har tänkt rätt men har gjort ett slarvfel på vägen.

Varje korrekt löst uppgift, ordentligt redovisad, ger 8 poäng.
Följande betygsgränser gäller preliminärt (förutsatt godkända datorövningar):

Poäng	A	B	C	D	E
Betyg	44	38	32	28	24

Uppgift 1

En person äger en villa och en sommarstuga. Sannolikheteten att det under ett år ska göras inbrott i villan är 1 %. För sommarstugan är motsvarande sannolikhet 3 %. Antag att händelserna inbrott i villan respektive sommarstugan är oberoende. Beräkna sannolikheten att det under ett år görs inbrott

a) i både villan och sommarstugan. (2p)

b) i minst ett av husen. (3p)

c) i exakt ett av husen. (3p)

Uppgift 2

Tabellen nedan visar fördelningen över antal jordbävningar (överstigande magnitud 7) per månad, globalt, under perioden 2000 till 2016.

Antal jordbävningar per månad	0	1	2	3	4	5	6	7
Antal månader	59	61	51	20	5	2	1	1

a) Beräkna medelvärde och standardavvikelse av antal jordbävningar per månad under perioden. (4p)

b) Bestäm nedre kvartil, median, övre kvartil samt typvärdet av antal jordbävningar per månad under perioden. (4p)

Uppgift 3

Vid sändning av binära tecken (0 eller 1) uppstår fel (0 blir 1 eller 1 blir 0) oberoende av varandra med sannolikhet 0.02. Låt X beteckna antalet fel i en sändning som består av 200 tecken.

a) Vilken fördelning har X? Bestäm även väntevärdet, $E(X)$ (3p)

b) Beräkna sannolikheten för minst 5 fel vid en sändning. Här är det tillåtet att använde en lämplig approximation. (5p)

Uppgift 4

Ett brunnsborrningsföretag bedömer av erfarenhet att borrdjupet till grundvatten i ett område är normalfördelad med väntevärde 35 meter och standardavvikelse 3 meter.

a) Vad är sannolikheten att borrdjupet vid ett tillfälle blir mindre än 30 meter. (2p)

b) Bestäm ett intervall $35 \pm a$ som man kan räkna med att borrdjupet hamnar inom med sannolikhet 80%. (3p)

c) Antag att man vid ett tillfäller har borrat 35 meter utan att ha nått ner till grundvattnet. Bestäm den betingade sannolikheten att man är tvungen att borra minst 5 meter till. (3p)

Uppgift 5

Livslängden för en elskoter av ett visst fabrikat uppskattas vara exponentialfördelad med väntevärde fyra månader.

a) Hur stor är sannolikheten att livslängden för en sådan elskoter kommer vara mellan tre och fem månader? (4p)

b) Vid ett tillfälle placeras 1000 elskotrar ut. Beräkna approximativt sannolikheten att åtminstone hälften av dem fortfarande är i bruk efter tre månader. Antag att livslängden för olika elscootrar är oberoende av varandra. (4p)

Uppgift 6

Vid smältpunktbestämningar av en metallegering gjordes 6 bestämningar med en metod som inte hade något systematiskt fel. Följande värden erhölls (enhet °C).

397.0 397.2 398.5 396.9 399.7 398.1

Mätningarna kan betraktas som oberoende utfall av en normalfördelad slumpvariabel med väntevärde μ och standardavvikelse σ.

a) Är det korrekt att utifrån dessa mätningar påstå att $\mu = 397.9$. Motivera ditt svar tydligt. (2p)

b) Enligt teoretiska beräkningar bör legeringens smältpunkt vara 397.0 °C. Finns det skäl att betvivla det baserat på de 6 mätningarna? Avgör det med bestämning av ett lämpligt konfidensintervall. Välj konfidensgrad 95%. (4p)

c) Om man vill att längden på ett 95% konfidensintervall för legeringens smältpunkt ska vara mindre än 0.02, hur många mätningar behöver man göra som minst i så fall? Man kan anta att $\sigma = 1.5$ (2p)

LYCKA TILL!