

Inga hjälpmedel tillåtna. Motivera samtliga lösningar noga. 15 poäng (inklusive bonus) ger säkert godkänt.

1. Beräkna följande gränsvärden:

a)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan 2x - \sin 2x}{\arctan 3x - \sin 3x}.$$

2 p

b)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(n^2 + n)}{\ln(n^2 - n)}.$$

2 p

2. Betrakta funktionen $f(x) = \frac{1}{x} + 2 \arctan x$. Undersök definitions- och värdemängd, extrempunkter, konvexitetsegenskaper och asymptoter, samt skissera grafen.

5 p

3. Bestäm volymerna av de två kroppar som uppstår då området

$$D = \{(x, y) : y \geq x^2 \text{ och } x \geq y^3\}$$

får rotera runt x - och y -axlarna.

5 p

4. Bestäm största och minsta värde till funktionen

$$f(x, y) = \frac{2}{x^2 + y^2} + xy,$$

i området $D = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$.

5 p

5. Beräkna dubbelintegralen

$$\iint_D x^2 y^2 dx dy,$$

där D är den triangel som har hörn i punkterna $(0, 0)$, $(1, 1)$ och $(1, 2)$.

5 p

6. a) Bestäm lösningen till begynnelsevärdesproblemet

$$y' + y^2 = xy^2, \quad y(0) = 1.$$

3 p

b) Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen

$$y'' - 4y' + 4y = e^{2x}.$$

3 p

Information om skrivningsåterlämning ges av studentexpeditionen.