

Tillåtna hjälpmedel: inga. Samtliga svar måste motiveras. 15 poäng ger säkert minst betyget E.

1. (2+3 p.) Beräkna följande gränsvärden eller visa att de inte existerar:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{12}{x^3-8} \right).$$

2. (4 p.) För alla reella a bestäm antalet lösningar till det linjära ekvationssystemet

$$\begin{aligned}(4-a)x_1 + x_2 &= 1, \\ -2x_1 + (1-a)x_2 &= -2.\end{aligned}$$

3. (3+2+1 p.) Låt $f(x) = 10(x \ln x)^3$ där $x > 0$.

- (a) Finn alla lokala minimi- och maximipunkter samt alla terrasspunkter till f .
- (b) Beräkna gränsvärdena $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ och $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x)$.
- (c) Skissa grafen av f . (Tips: $e^{-1} \approx 0,37$ och $(e^{-1})^3 \approx 0,05$.)

4. (5 p.) Bestäm största och minsta värdet för funktionen $f(x, y) = \frac{x(x^2+y^2)}{1-x^2-y^2}$ på det område i planet som beskrivs av $x^2 + y^2 \leq \frac{1}{4}$.

5. (2+3 p.) I en ON-bas $\mathbb{B} = \{e_1, e_2, e_3\}$ låt u, v, w vara vektorer i rummet med koordinater $u_{\mathbb{B}} = (1, 0, \lambda)$, $v_{\mathbb{B}} = (1, -1, 0)$ och $w_{\mathbb{B}} = (1, 2, 1)$.

- (a) För varje λ beräkna volymen av den parallelepiped som u, v, w spänner upp.
- (b) För vilka värden på λ utgör vektorerna u, v, w en bas i rummet? I fallet $\lambda = 1$ bestäm vektorn e_3 's koordinater i denna bas.

6. (3+2 p.)

- (a) Bestäm den lösning till differentialekvationen $y' = xy \cos x$ som uppfyller $y(0) = 1$.
- (b) Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen $y'' - y' - 2y = 0$.

Tentamensåterlämning annonseras på kurshemsidan.

Lycka till!