Matematiska Institutionen,	Tentamensskrivning i
Stockholms Universitet	Matematik för naturvetenskaper II
Avd. Matematik	6 hp,
Examinator: B.Shapiro	den 20 augusti 2018, 9.00-14.00

Inga hjälpmedel tillåtna. Över 15 poäng av 30 möjliga ger säkert godkänt betyg. Återlämningen är fredag den 24 augusti, kl. 12.00-12.45 i rm 211, hus 6.

1. (5 poäng) Beräkna resten av division med 7 av $7001^{256} + 3502^{302}$.

2. (5 poäng) (a) På en lapp står ordet KALLIGRAFI. Lappen klipps sönder i bitar, så att det på varje bit står precis en bokstav. Sedan väljs fyra bitar och läggs efter varandra. Hur många olika bokstavsföljder kan bildas på detta sätt?
(b) Bestäm koefficienten framför x^9 i utvecklingen av uttrycket $(x + (2x)^{-2})^{21}$.

3. (5 poäng) (Positivt orienterat ON-system) Låt L_1 vara linjen genom $(1, -1, 3)$ med riktningsvektor $(1, 1, 0)$. Den skär planet $x + y - z = 0$ i en punkt P. Bestäm P. Låt sedan L_2 vara linjen genom P som är normal till planet $x + y - z = 0$. Bestäm på normalform en ekvation för det plan som innehåller både L_1 och L_2.

4. (5 poäng) Låt $f(x) = e^{-x^2} + \sin 2x - x^8$. Bestäm värdet av derivatan $f^{(8)}(0)$.

5. (5 poäng) a) Beräkna dubbelintegralen

$$I = \iint_D xydxdy,$$

där $D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x^2\}$
b) Beräkna dubbelintegralen

$$J = \iint_D (4x^2 - y^2)^4 dxdy,$$

där D är fyrhörningen med hörn i $(-1, 0), (0, -2), (1, 0), (0, 2)$.

6. (5 poäng) Låt e_1, e_2, e_3 vara ett positivt orienterat ON-system i rummet $\mathbb{R}^3$. Låt P_1 vara projektionen på planet $x = z$ och P_2 vara projektionen på planet $y = z$. Låt T vara en lineär transformation, som uppfyller $T(e_1) = e_2 + e_3, T(e_2) = e_1 + e_3$ samt $T(e_3) = e_1 + e_2$. Visa att T är inverterbar och bestäm matrisen för T^{-1}. Bestäm sedan matrisen till den sammansatta avbildningen $R := T^{-1} \cdot P_1 \cdot P_2$.

Lycka till!