
Tillåtna hjälpmedel: inga. Samtliga svar måste motiveras. 15 poäng ger säkert minst betyget E.

1. (2+3 p.) Beräkna följande gränsvärden eller visa att de inte existerar:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 7x + 12}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^3} - 1}{1 - \cos x}.$$

2. (5 p.) För varje reellt tal a , bestäm antalet lösningar till det linjära ekvationssystemet

$$\begin{aligned}(4 - a)x_1 + 2x_2 - x_3 &= 1, \\ 2x_1 + (1 - a)x_2 - 2x_3 &= 2, \\ -x_1 + 2x_2 + (4 - a)x_3 &= 1.\end{aligned}$$

3. (2+2+1 p.) Låt $f(x) = (x^4 - x^2 - 1)e^{-x^2}$.

- (a) Finn alla lokala minimi- och maximipunkter till f .
- (b) Undersök funktionens beteende när $x \rightarrow \pm\infty$.
- (c) Skissa grafen av f .

4. (6 p.) Bestäm minimum och maximum av funktionen

$$f(x, y) = e^{x^2+y^2}$$

på triangeln i planet med hörnen $(1, 0)$, $(1, 1)$ och $(0, 1)$.

5. (3+1 p.) I en regelbunden sexhörning betecknas hörnen A, B, C, D, E, F (i ordning moturs). Vektorerna $e_1 = \overline{AB}$ och $e_2 = \overline{AF}$ utgör tillsammans en bas i planet, och detsamma gäller för vektorerna $f_1 = \overline{AC}$ och $f_2 = \overline{AE}$.

- (a) Uttryck vektorerna f_1, f_2 i basen e_1, e_2 .
- (b) Om vektorn u har koordinater $(1, -3)$ i basen f_1, f_2 , vilka koordinater har då u i basen e_1, e_2 ?

6. (2+3 p.)

- (a) Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen $y'' - 5y' + 6y = 0$.
- (b) Bestäm den lösning till differentialekvationen $y' = e^x(y + 1)$ som uppfyller $y(0) = 0$.

Tentamensåterlämning annonseras på kurshemsidan.

Lycka till!