STOCKHOLMS UNIVERSITET
Matematiska institutionen
MM2002 Matematik för naturvetenskaper I
Examinator: Jonathan Rohleder

Tentamensskrivning
2022-10-26

Tillåtna hjälpmedel: inga. Samtliga svar måste motiveras. 15 poäng ger säkert minst betyget E.

---

1. **(2+3 p.)** Beräkna följande gränsvärden eller visa att de inte existerar:

$$\lim_{x\to 0} \frac{3-e^x}{x}\sin x, \qquad \lim_{x\to -4} \frac{x^2+3x-4}{x^2+6x+8}.$$

2. **(5 p.)** För alla reella a bestäm antalet lösningar till det linjära ekvationssystemet

$$\begin{aligned} (5-a)x_1 + 2x_2 &= 1, \\ 2x_1 + (5-a)x_2 &= 1, \\ -3x_1 + 4x_2 + (6-a)x_3 &= 0. \end{aligned}$$

3. **(1+3+1 p.)** Låt $f(x) = \frac{x-2}{(x+4)(x-1)}$ där $x \notin \{-4, 1\}$.
   (a) Bestäm derivatan f' till f.
   (b) Finn alla lokala minimi- och maximipunkter till f och undersök var f är växande resp. avtagande.
   (c) Skissa grafen av f. (Tips: $\sqrt{6} \approx 2,45$.)

4. **(5 p.)** Bestäm största och minsta värdet för funktionen $f(x,y) = \frac{x^2}{1-x^2-y^2}$ på det område i planet som beskrivs av $x^2+y^2 \leq \frac{1}{4}$.

5. **(3+1+1 p.)** Låt $\mathbb{B} = (e_1, e_2, e_3)$ vara en ON-bas i rummet.
   (a) Visa att $\widetilde{\mathbb{B}} = (e_1 - e_2, e_1 + 2e_2, e_3)$ också är en bas i rummet.
   (b) Är $\widetilde{\mathbb{B}}$ även en ON-bas?
   (c) Om vektorn $\vec{v}$ har koefficienter $(-1, 1, 3)$ i basen $\widetilde{\mathbb{B}}$, vilka koefficienter har då $\vec{v}$ i basen $\mathbb{B}$?

6. **(3+2 p.)**
   (a) Bestäm den lösning till differentialekvationen $y' = xye^x$ som uppfyller $y(0) = 2$.
   (b) Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen $y'' - \frac{9}{2}y' + 2y = 0$.

Tentamensåterlämning annonseras på kurshemsidan.

Lycka till!