SAMMANFATTNING FÖRELÄSNING 5

ALAN SOLA

Denna föreläsning handlade om *Greens formel* i planet. Detta resultat relaterar kurvintegralen av ett vektorfält runt en eller flera slutna kurvor i planet till en viss dubbelintegral över ett område i planet som avgränsas av kurvorna, med integrand given av en kombination av partiella derivator av fältets komponenter. Greens formel kan ses som en generalisering av analysens huvudsats till en flervariabelsituation, och är det första av flera varianter av denna typ av resultat som behandlas i kursen.

Om $\vec{F} = (P, Q)$ är ett vektorfält med $P, Q \in C^1$ och D är ett kompakt område vars rand utgörs av en eller flera positivt orienterade kurvor som är styckvis C^1, så gäller

$$\int_{\partial D} Pdx + Qdy = \iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dxdy.$$

Vi gick igenom beviset för Greens formel i detalj. I korthet argumenterar man genom att först dela upp området D i bitar på formen $E = \{(x, y) \colon \phi(x) \leq y \leq \psi(x), x \in [\alpha, \beta]\}$ (och motsvarande i x-led) för att sedan integrera $\iint_E -\frac{\partial P}{\partial y} dxdy = \int_\alpha^\beta \left(\int_{\phi(x)}^{\psi(x)} -\frac{\partial P}{\partial y} dy \right) dx$ med hjälp av itererade integraler under användning av analysens huvudsats; valet av tecken görs så att orienteringen på randkurvan respekteras.

Matematiska Institutionen, Stockholms Universitet, 106 91 Stockholm.
Email address: sola@math.su.se