

SAMMANFATTNING FÖRELÄSNING 9

ALAN SOLA

Föreläsning nummer tio behandlade *Stokes sats*.

Denna sats kan ses som en generalisering av Greens formel i planet. Vi inför, för ett vektorfält $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$ av klass åtminstone C^1 den så kallade *rotationen*, som med hjälp av nabra-notation kan skrivas $\text{rot}\vec{u} = \nabla \times \vec{u}$.

Om nu \mathcal{S} är en slät orienterad yta med rand $\partial\mathcal{S}$ vars orientering är kompatibel, gäller

$$\int_{\partial\mathcal{S}} \vec{u} \cdot d\vec{r} = \iint_{\mathcal{S}} \text{rot}\vec{u} \cdot \vec{N} dS.$$

Om vektorfältet \vec{u} endast beror av x, y och har z -komponent lika med noll, och om \mathcal{S} är ett område i xy -planet som begränsas av en slät kurva orienterad moturs erhålls precis Greens formel.

Vi gick igenom ett exempel från boken där en kurvintegral över en ellips inskriven i en cylinder skulle beräknas. I exemplet noterade vi att det finns flera möjliga val av yta man kan använda för att utnyttja Stokes sats, men att valet av en ellipsskiva ledde till enkla räkningar.

Vi genomförde beviset för Stokes sats för ett vektorfält av klass C^2 samt en yta på formen $z = f(x, y)$. Beviset kräver en del räkningar men går i grund och botten ut på att återföra integraler i rummet till integraler i planet, och använda Greens formel tillsammans med deriveringsregler.

DEPARTMENT OF MATHEMATICS, STOCKHOLM UNIVERSITY, 106 91 STOCKHOLM, SWEDEN.

Email address: sola@math.su.se