SAMMANFATTNING FÖRELÄSNING 4

ALAN SOLA

Fjärde föreläsningen handlade om kurvor på parameterform samt om kurvintegraler av vektorfält.

En *kurva på parameterform* i $\mathbb{R}^n$ är en mängd

$$\gamma = \{\vec{x}(t) = (x_1(t), \dots, x_n(t)) \colon t \in [\alpha, \beta]\}$$

där funktionerna x_j är kontinuerliga. Om varje $x_j \in C^k$ säger vi att γ är en C^k-kurva. Som mängd kan γ beskrivas på olika sätt: om $\phi \colon [a,b] \to [\alpha, \beta]$ är kontinuerlig med kontinuerlig invers säger vi att $\vec{x} \circ \phi$ är en *omparametrisering* av γ. Vi är ofta intresserade av storheter för kurvor som är oförändrade om man inför en omparametrisering. Vi betraktar ofta kurvor som *orienterade*, det vill säga, genomlupna i en viss riktning.

Vi pratade om *derivatan* $\vec{x}'(t)$ som kan definieras med hjälp av den sedvanliga differenskvoten $\frac{1}{h}(\vec{x}(t+h) - \vec{x}(t))$. *Båglängden* av en del av γ ges av

$$\int_\alpha^t |\vec{x}'(\tau)| d\tau$$

och är oberoende av omparametrisering.

En funktion $\vec{F} = (P(x,y), Q(x,y))$ där P, Q är kontinuerliga säges vara ett planärt *vektorfält*. Vi definierade *kurvintegralen*

$$\int_\gamma \vec{F} \cdot d\vec{x} = \int_\gamma P dx + Q dy$$

som integralen

$$\int_\alpha^\beta \left[P(x_1(\tau), x_2(\tau)) x_1'(\tau) + Q(x_1(\tau), x_2(\tau)) x_2'(\tau)\right] d\tau$$

och visade att dess värde är oberoende av valet av parametrisering.

Vi avslutade med att beräkna ett par specifika kurvintegraler. Om man väljer olika kurvor som har samma start-och slutpunkter får man i allmänhet olika värden på motsvarande kurvintegraler men det verkar som att vissa egenskaper hos (P, Q) kan leda till att värdet blir lika. Detta tema skall vi undersöka vidare.

Matematiska Institutionen, Stockholms Universitet, 106 91 Stockholm.

Email address: sola@math.su.se