

STOCKHOLMS UNIVERSITET,  
MATEMATISKA INSTITUTIONEN,  
Avd. Matematisk statistik

**Tentamen 2024-02-22:  
Spelteori och matematisk ekonomi (MT3005)**

Kristoffer Lindensjö  
E-post: kristoffer.lindensjo@math.su.se  
Telefonnummer: 08-16 45 07

*Tillåtna hjälpmedel:* Miniräknare (tillhandahålles av institutionen).

*Återlämning:* information meddelas via kursforum.

Tentamen består av 6 uppgifter. Varje korrekt löst uppgift ger 10 poäng.

- Resonemang ska vara klara, tydliga och kortfattade.
- Svar ska motiveras om inte annat framgår.
- Börja varje uppgift på nytt papper.
- Numrera tydligt varje blad med uppgift och bladordning.
- Skriv ditt kodnummer på varje blad du lämnar in (men inget namn).
- Du får skriva dina svar på svenska eller engelska.

Preliminära betygsgränser:

A	B	C	D	E
54	48	40	34	30

**Lycka till!**

---

## Uppgift 1

Betrakta ett spel med två spelare ( $n = 2$ ). Låt  $A = (a_1, a_2, \dots, a_9)$  beteckna de tillåtna handlingarna för spelare 1. Låt  $B = (b_1, b_2, \dots, b_9)$  beteckna de tillåtna handlingarna för spelare 2. Låt  $u_1$  och  $u_2$  vara motsvarande värdefunktioner för de båda spelarna. Låt  $BR_1$  och  $BR_2$  vara motsvarande bästaresponsfunktioner.

(A) Ge en definition för  $BR_1$ . (5 p)

(B) Ange ett villkor formulerat med hjälp av  $BR_1$  och  $BR_2$  som implicerar att  $(a^*, b^*)$  är en Nashjämvikt. (5 p)

## Uppgift 2

Betrakta spelet

	Q	F
Q	2,2	0,3
F	3,0	1,1

Hitta samtliga Nashjämvikter i rena strategier.

Är detta ett symmetriskt spel? Motivera ditt svar nogga med utgångspunkt i definitionen för ett symmetriskt spel.

(10 p)

## Uppgift 3

Betrakta följande spel.

	C	D
C	2,10	-1,0
D	-1,-1	0,0

Identifiera samtliga Nashjämvikter i rena strategier (eller visa att ingen Nashjämvikt i rena strategier finns).

Identifiera samtliga Nashjämvikter (dvs tillåt även blandade strategier).

(10 p)

## Uppgift 4

Två ( $n = 2$ ) företag konkurrerar på en marknad för en produkt. Varje företag beslutar (enskilt) om ett pris  $p_i$  för den egna produkten och producerar den kvantitet av produkten de kan sälja till detta pris. Motsvarande vinst/förlust för respektive företag är

$$\Pi_1(p_1, p_2) = \begin{cases} (p_1 - c)(\alpha - p_1), & \text{om } p_1 < p_2 \text{ och } p_1 < \alpha \\ \frac{1}{2}(p_1 - c)(\alpha - p_1), & \text{om } p_1 = p_2 \text{ och } p_1 < \alpha \\ 0, & \text{annars} \end{cases}$$

och

$$\Pi_2(p_1, p_2) = \begin{cases} (p_2 - c)(\alpha - p_2), & \text{om } p_2 < p_1 \text{ och } p_2 < \alpha \\ \frac{1}{2}(p_2 - c)(\alpha - p_2), & \text{om } p_1 = p_2 \text{ och } p_2 < \alpha \\ 0, & \text{annars} \end{cases}$$

där  $0 < c < \alpha$  är konstanta.

(Detta är ett exempel i Bertrands modell för oligopol.)

(A) Ge kortfattade ekonomiska tolkningar av uttrycken  $(p_1 - c)$  och  $(\alpha - p_1)$ . Notera att dessa uttryck finns i första och andra raden i  $\Pi_1(p_1, p_2)$ .

Som indikation på vad *kortfattade* innebär, kan sägas att sammanlagt två-tre meningar bör kunna räcka. (4 p)

(B) Identifiera en Nashjämvikt. (6 p)

## Uppgift 5

Vi betraktar Hotellings modell (spel) för val:

- Spelarna motsvarar kandidaterna i valet. Antag att två kandidater finns  $i = 1, 2$ .
- En kandidats föreslagna (politiska) policy motsvarar en punkt  $x_i, i = 1, 2$  på en kontinuerlig vänster-högerskala.
- Det finns ett kontinuum av valdeltagare. Deltagarna har preferenser som fördelar sig på samma vänster-högerskala och de röstar på den kandidat vars policy ligger närmast den egna preferensen.
- Om de två kandidaterna väljer samma politiska policy så får de hälften av rösterna var.
- Låt  $m$  vara median-preferensen för valdeltagarna (vilken antas vara unik).

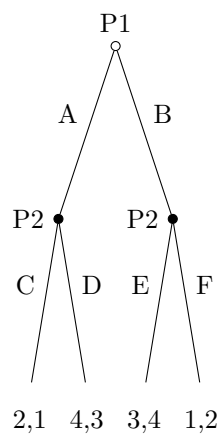
Varje kandidats värdefunktion modelleras enligt

$$\Pi(x_1, x_2) = \begin{cases} 2, & \text{om kandidaten vinner (störst andel röster)} \\ 1, & \text{om kandidaten kommer på delad första plats} \\ 0, & \text{annars} \end{cases}$$

Identifiera en Nashjämvikt. (10 p)

## Uppgift 6

Betrakta följande extensiva spel:



Skriv spelet på strategisk form (tabellform) och identifiera samtliga Nashjämvikter (i rena strategier).

Identifiera också en delspelsperfekt Nashjämvikt (i rena strategier). Är den unik eller ej?

(10 p)