

Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade.

1. (a) Beräkna gränsvärdet (3p)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+a} - \sqrt{n}) (\sqrt{n+b} + \sqrt{n}),$$

där  $a, b$  är reella konstanter.

- (b) Beräkna gränsvärdet  $\lim_{x \rightarrow \infty} x (\ln(x+1) - \ln(x))$ . (2p)

2. Bestäm inversen till funktionen (5p)

$$f(x) = 1 + \frac{x}{x+1}.$$

Ange speciellt inversens definitions- och värdemängder.

3. (a) Bestäm  $\int x e^{7x} dx$ . (2p)

- (b) Beräkna integralen  $\int_0^{\pi^2} \sin(\sqrt{x}) dx$ . (3p)

- (c) Avgör om den generaliserade integralen  $\int_0^{\infty} \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$  är divergent eller konvergent och bestäm i så fall dess värde. (2p)

4. Undersök lokala och globala extremvärden, asymptoter samt konvexitets-egenskaper till funktionen (7p)

$$f(x) = 2 \arctan(|x|) - x,$$

samt skissera grafen.

5. (a) Avgör, med noggrann motivering, om det går att hitta ett tal  $a \in \mathbb{R}$  så att (3p)

$$g(x) = \begin{cases} x e^{-1/x} & \text{om } x \neq 0, \\ a & \text{om } x = 0, \end{cases}$$

blir kontinuerlig.

- (b) Låt  $f(x)$  vara en jämn funktion som är definierad och deriverbar på hela  $\mathbb{R}$ . Visa, utifrån derivatans definition, att  $f'(x)$  är en udda funktion. (3p)