

1 Beräkna följande gränsvärden:

(5p)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + \sqrt{x^3 + 2}}{x^2 - x + 1}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 3x)}{\sin x}.$$

2 Bestäm för alla reella tal a antalet lösningar till ekvationssystemet:

(5p)

$$\begin{cases} x + ay & = 1 \\ x & + az = 2 \\ x + 2ay - 2z & = 0 \end{cases}$$

3 Rita grafen till funktionen:

(5p)

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + x - 1, & x < 2; \\ -x + 11, & x \geq 2. \end{cases}$$

Bestäm globala och lokala extrempunkter samt värdemängden. Är funktionen kontinuerlig?

4 Lös ekvationerna

(3+2p)

- (a) $-2z + 3i\bar{z} = 5i$,
(b) $z^2 + (5 - 2i)z + 5(1 - i) = 0$.

5 Låt A, B, C och D utgöra hörnen i en fyrhörning i planet.

(3+2p)

(a) Visa att

$$\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = 3\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{BD}$$

gäller.

(b) Gäller samma likhet för en fyrhörning i rummet \mathbb{R}^3 ?

6 Lös differentialekvationen

(5p)

$$y'' - 9y' + 18y = 9 \sin x + 17 \cos x.$$

Bestäm lösningen som uppfyller:

$$y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

LYCKA TILL!

Skrivningsåterlämning meddelas via kursens hemsida