

Tillåtna hjälpmedel: inga. Samtliga svar måste motiveras. 15 poäng ger säkert minst betyget E.

1. (4 p.) Finn alla lösningar till den diofantiska ekvationen

$$13x + 56y = 5.$$

2. (3+3 p.) (a) Bestäm Maclaurinpolynomet  $p_3$  av grad 3 till funktionen

$$f(x) = (2x - 1) \sin(x).$$

(b) Visa att felet vid Maclaurinapproximationen i (a) för  $-0,1 \leq x \leq 0,1$  är högst  $\frac{1}{2} \cdot 10^{-4}$ .

3. (2+2 p.) (a) Bestäm den sista siffran i  $(2^{30} + 3^{42})^{14}$ .

(b) Hur många olika jämna 7-siffriga tal finns det som slutar på samma siffra som de börjar med?

4. (3+3 p.) (a) Beräkna dubbelintegralen  $\iint_{D_1} x \, dx \, dy$ , där  $D_1$  är det område i planet som ligger mellan graferna till  $g(x) = x^2 - 1$  och  $h(x) = x + 1$ .

(b) Beräkna

$$\iint_{D_2} xy e^{(x^2+y^2)^2} \, dx \, dy,$$

där  $D_2 = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq x\}$ .

5. (2+4 p.) (a) I standardbasen, beräkna matrisframställningen för den ortogonala projektionen i planet på linjen  $2x - 2y = 0$ .

(b) Betrakta den linjära avbildningen  $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  som i standardbasen  $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$  ges av matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Är  $F$  inverterbar? Vilken matrisframställning  $A_{\mathbb{B}}$  har  $F$  i basen  $\mathbb{B} = (\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2, -\mathbf{e}_3)$ ?

6. (4 p.) För vilka punkter  $(x_0, y_0)$  är tangentplanet till grafen av  $f(x, y) = 3xy^2$  parallellt till planet  $6x + 6y - 2z = 1$ ?

Tentamensåterlämning annonseras på kurshemsidan.

**Lycka till!**