

1 Beräkna följande gränsvärden:

(5p)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 + \sqrt{x^3 + 2}}{x^2 - x + 1}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(1 + 3/x)}{\sin 1/x}.$$

2 Bestäm antalet lösningar till ekvationssystemet för alla reella tal  $a$ :

(5p)

$$\begin{cases} ax + 2y + z = 1 \\ 2x + ay + 2z = 2 \\ x + 2y + z = 3 \end{cases}$$

3 Rita grafen till funktionen:

(5p)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & |x| < 1; \\ x - 1, & |x| \geq 1. \end{cases}$$

Bestäm globala och lokala extrempunkter samt värdemängden. Ange alla punkter där funktionen inte är kontinuerlig.

4 Lös ekvationerna

(2+3p)

(a)  $-3z + 2\bar{z} = 5i$ ,

(b)  $z^2 + (-1 - 3i)z + (-8 - i) = 0$ .

5 Lös differentialekvationen

(3+2p)

$$y'' - 9y' + 18y = 18x^2 + 36x.$$

Bestäm lösningen som uppfyller:

$$y(0) = 25/18, \quad y'(0) = 3.$$

6 Låt  $A, B, C$  och  $D$  beteckna hörnen i en regelbunden tetraeder. Vektorerna  $\vec{AB}, \vec{AC}$  och  $\vec{AD}$  utgör en bas. Låt  $E$  beteckna mittpunkten på sidan  $BCD$ . (5p)

Uttryck vektorn  $\vec{AE}$  som en linjär kombination av vektorerna  $\vec{AB}, \vec{AC}$  och  $\vec{AD}$ . Vilka är koordinaterna för  $\vec{AE}$  i basen  $(\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD})$ ?

LYCKA TILL!

*Skrivningsåterlämning meddelas via kursens hemsida*