MATEMATISKA INSTITUTIONEN
STOCKHOLMS UNIVERSITET
Avdelning Matematik
Examinator: Pavel Kurasov

Tentamensskivning i
Analys B, 7.5 hp
den 27 februari 2019

Problemdel

1 Beräkna kurvintegralen **(5p)**

$$\int_\gamma \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}\left(-\frac{dx}{x}+\frac{dy}{y}\right),$$

där γ är kurvan $y = x^3 + 2x^2 - 20x + 18$, och integrationen går från $(1, 1)$ till $(3, 3)$.

2 Låt $f(z) = \frac{z^3}{z^2-1}$. **(5p)**

(a) Utveckla funktionen $f(z)$ i en potensserie kring origo.

(b) Bestäm seriens konvergensradie. Motivera ordentligt!

(c) Bestäm alla derivator $f^{(k)}(0)$, $k = 0, 1, 2, \dots$

3 Beräkna $\int_\gamma \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$, där $\mathbf{F} = (2xyz + y, x^2z, x^2y + y)$ och γ är skärningskurvan mellan ytorna $z = 3x^2 - 2y^2$ och $x^2 + y^2 = 1$, genomlupen ett varv moturs uppifrån sett. **(5p)**

4 Beräkna integralen **(5p)**

$$\int_C \frac{z+2}{z^3-8z^2+25z-26}dz,$$

där C är cirkeln av radie 4 med centrum i origo som är tagen ett varv moturs.

Teoridel

5 Förklara vad som menas med parameterisering av en yta och hur man kan bestämma en normalvektor till ytan med hjälp av en parameterisering. Ge ett resonemang som förklarar varför formeln för arean av en yta ser ut som den gör. **(5p)**

6 Definiera begreppen likformigt konvergent funktionsföljd och likformigt konvergent funktionsserie. Förklara skillnaden mellan punktvis och likformig konvergens för följder. Visa att om en följd av kontinuerliga funktioner konvergerar likformigt i ett intervall $[a, b]$, så är gränsvärdet av integralerna (över $[a, b]$) lika med integralen av gränsfunktionen. **(5p)**

LYCKA TILL!

Skrivningsåterlämning fredag den 8 mars kl 12:15 i sal 16, därefter i rum 204, hus 6.