

Tillåtna hjälpmedel: inga. Samtliga svar måste motiveras. 15 poäng ger säkert minst betyget E.

1. Beräkna följande gränsvärden:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^4 - 1}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x - \sin x)(e^{x^2} - 1)}{x^5}.$$

4 p

2. Bestäm den allmänna lösningen till ekvationssystemet

$$\begin{cases} 2x_1 & -x_2 & & -7x_4 & -7x_5 & = & -1, \\ x_1 & +2x_2 & -x_3 & +3x_4 & +5x_5 & = & 2, \\ 4x_1 & +3x_2 & -2x_3 & -x_4 & +3x_5 & = & 3. \end{cases}$$

5 p

3. Undersök lokala och globala extrempunkter samt konvexitetsegenskaper till funktionen $f(x) = \frac{1}{2}x - \sin x$ på intervallet $[-\pi, \pi]$. Rita grafen!

5 p

4. I parallelogrammen $ABCD$, låt E, F och G vara de punkter på sträckorna AB, BC respektive AD som uppfyller villkoren $|AE| = 3|EB|, |BF| = 2|FC|, |AG| = 2|GD|$. Uttryck vektorerna $e_1 = \overline{AB}$ och $e_2 = \overline{AD}$ i den bas för planet som består av de två vektorerna $f_1 = \overline{EF}$ och $f_2 = \overline{EG}$. Vad blir koordinaterna för vektorn \overline{AC} i basen f_1, f_2 ?

5 p

5. Bestäm största och minsta värde till funktionen $f(x, y) = (1 + x + y)e^{-\frac{1}{2}(x^2 + y^2)}$ i området $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 2\}$.

5 p

6. a) Bestäm den lösning till differentialekvationen

$$y' + 2xy = e^{-x^2}$$

som uppfyller bivillkoret $y(0) = 1$.

3 p

- b) Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen

$$y'' + 2y' + 2y = xe^x.$$

3 p

Skrivningsåterlämning tisdagen den 11 juni kl 14.00 i sal 22 i hus 5, därefter i rum 208, hus 6, Kräftriket.