STOCKHOLMS UNIVERSITET
Matematiska Institutionen
Examinator: Jonathan Rohleder

Tentamensskrivning
Matematiska metoder för ekonomer
7,5 hp
2019-01-17, 09:00-14:00

Lösningarna ska vara klart och tydligt skrivna med kortfattade förklaringar som gör din tankegång lätt att följa. Otydlig lösning kan ge avdrag trots korrekta beräkningar. Institutionens räknare är tillåtna, men exakta svar förväntas om ej annat är angivet. Formelsamling är ej tillåten utöver det som ges på detta blad. Totalt 20 poäng ger garanterat betyg E.

---

1. **(6 p.)** Bestäm Taylorpolynomet av grad 3 till funktionen $f(x) = x^2 e^x$ kring $x_0 = 1$.

2. **(8 p.)** Beräkna integralerna

$$\int_1^\infty \frac{e^{-2\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x \qquad \text{och} \qquad \int \frac{2 + \ln x}{2\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x.$$

3. **(7 p.)** Bestäm för varje reellt tal a alla lösningar till det linjära ekvationssystemet

$$\begin{aligned} 2x - y + z &= 1, \\ x + 2y - z &= 1, \\ -x + y + az &= 1. \end{aligned}$$

4. **(8 p.)** Låt $f(x) = x^3(x-1)$.
   (a) Undersök var f är växande resp. avtagande.
   (b) Bestäm maximum och minimum till f på intervallet $[-1, 1]$.
   (c) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{e^x}$.

5. **(5 p.)** Vi definierar $S_1 = 1$, $S_2 = 1 + \ln 2$ och

$$S_n = 1 + \ln 2 + (\ln 2)^2 + \cdots + (\ln 2)^{n-1} \qquad \text{för } n = 3, 4, \ldots$$

   (a) Vilket värde har S_{2019}?
   (b) Finns det något n för vilket $S_n > 4$?

6. **(6 p.)** Finn de stationära punkterna till funktionen $f(x, y) = x^3 + y^3 + 6xy + 2$ och bestäm deras karaktär (lokalt maximum, lokalt minimum eller sadelpunkt).

Var god vänd!

FORMLER

Approximation av f kring $x = x_0$ given av Taylorpolynomet av grad n:

$$f(x) \approx f(x_0) + \frac{1}{1!}f'(x_0)(x - x_0) + \frac{1}{2!}f''(x_0)(x - x_0)^2 + \cdots + \frac{1}{n!}f^{(n)}(x_0)(x - x_0)^n$$

Om stationära punkter av funktioner av två variabler:

Om $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = 0$ och $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = 0$, sätt $A = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y), B = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y), C = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y)$.

- (x, y) är en lokal maximipunkt om $A < 0$ och $AC - B^2 > 0$.
- (x, y) är en lokal minimipunkt om $A > 0$ och $AC - B^2 > 0$.
- (x, y) är en sadelpunkt om $AC - B^2 < 0$.

Lösningsförslag läggs upp på kurssidan efter skrivningen.
Tentamensåterlämning: 24 januari 2019, kl. 17:00 - 17:15, i sal 31 (Kräftriket 5).
Efter återlämningstiden finns skrivningarna att hämta på studentexpeditionen, rum 203-204 i hus 6.

Lycka till!