

Tillåtna hjälpmedel: inga. Samtliga svar måste motiveras. 15 poäng ger säkert minst betyget E.

1. Bestäm alla positiva lösningar till följande Diofantiska ekvation:

$$41x + 101y = 7000.$$

5 p

2. a) Hur många positiva heltal med precis två siffror finns det sådana att den första siffran är strikt större än den andra? (Ett sådant tal är t ex 75, men varken 77 eller 78 uppfyller egenskapen).

2 p

- b) Hur många fyrsiffriga tal finns det sådana att varje siffra är strikt större än den efterföljande? (Ett sådant tal är t ex 9762, men varken 7663 eller 4532 uppfyller egenskapen).

3 p

3. Hur många reella rötter har ekvationen $3x^5 - 25x^3 + 60x - 25 = 0$? Hur många har ekvationen $3x^5 - 25x^3 + 60x - 45 = 0$? (*Ledning: Försök inte lösa ekvationerna!*)

5 p

4. Betrakta den följd som definieras genom att $a_0 = 0$ och $a_{n+1} = \frac{1}{2}(1 + a_n^2)$.

- a) Visa att följderna är växande och uppåt begränsad.

2 p

- b) Har följderna något gränsvärde? Bestäm detta i så fall.

2 p

- c) Vad kan man säga om gränsvärdet till den följd $\{b_n\}_{n=0}^{\infty}$ som definieras genom samma rekursionsformel $b_{n+1} = \frac{1}{2}(1 + b_n^2)$, men där vi i stället sätter $b_0 = 2$?

1 p

5. Beräkna dubbelintegralen

$$\iint_D x^2 y^3 dx dy,$$

där $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1 \text{ och } y \geq |x|\}$.

5 p

6. a) Bestäm matrisen för den linjära avbildning T som projicerar rummet ortogonalt på planet $x + y + z = 0$. (ON-system)

3 p

- b) Låt S vara den linjära avbildning som svarar mot spegling i planet $x + y = 0$. Bestäm matrisen för den linjära avbildningen $T \circ S$.

2 p

Skrivningsåterlämning tisdagen den 4 juni kl 15.00 i sal 22 i hus 5, därefter i rum 208, hus 6, Kräftriket.