

Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade. Betygsgränser:

Max	30 p		B	24 p		D	18 p
	A		C	21 p		E	15 p

Bonuspoängen från terminens problemsamlingar räknas in under rättningen.

1. (a) Beräkna gränsvärdet $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{2n^2 + 3n} - \sqrt{2n^2 - n})$. (2p)

(b) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 4x^2) - (\ln(1 + 2x))^2}{x^3}$. (3p)

2. Undersök lokala och globala extremvärden, konvexitetsegenskaper och asymptoter till funktionen (5p)

$$f(x) = |x| + 2 \arctan\left(\frac{1}{x}\right),$$

samt skissera grafen. Bestäm även funktionens värdemängd.

3. Bestäm största och minsta värde till funktionen $f(x, y) = x^2 + 2y^2 - 2y$ (5p) i området $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$. Ange även i vilka punkter respektive extremvärde antas.

4. Beräkna dubbelintegralen $\iint_D e^{3-y^2} dx dy$, där (5p)

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq y \leq 2 \text{ och } y \geq |x|\}.$$

5. (a) Beräkna volymen av den rotationskropp som erhålls om det ändliga (3p) område som begränsas av koordinataxlarna, kurvan $y = \frac{2}{\sqrt{4+x^2}}$ och linjen $x = 2$ roterar kring x -axeln.

(b) Beräkna volymen av den rotationskropp som fås om området i (a) istället roterar kring y -axeln. (2p)

6. Lös begynnelsevärdesproblemen

(a) $y' + xy = x^3$, där $y(0) = 1$, (2.5p)

(b) $y' + xy - xy^2 = 0$, där $y(0) = 2$. (2.5p)