STOCKHOLMS UNIVERSITET
Matematiska institutionen
MM2002 Matematik för naturvetenskaper I
Examinator: Jonathan Rohleder

Tentamensskrivning
2021-12-20

Tillåtna hjälpmedel: inga. Samtliga svar måste motiveras. 15 poäng ger säkert minst betyget E.

---

1. **(2+3 p.)** Beräkna följande gränsvärden eller visa att de inte existerar:

$$\lim_{x\to+\infty}\left(3x-\sqrt{x^2+1}\right), \qquad \lim_{x\to 0}\frac{\sin^2 x - x^2}{x^4}.$$

2. **(5 p.)** Finn alla lösningar till de linjära ekvationssystemen

$$\begin{aligned} x_1 - 3x_3 + 2x_4 &= 2,\\ 3x_2 - x_3 - x_4 &= -1,\\ 2x_1 + 3x_2 - 7x_3 + 3x_4 &= 4 \end{aligned} \qquad \text{och} \qquad \begin{aligned} x_1 - 3x_3 + 2x_4 &= 1,\\ 3x_2 - x_3 - x_4 &= 0,\\ 2x_1 + 3x_2 - 7x_3 + 3x_4 &= 2. \end{aligned}$$

3. **(2+2+1 p.)** Låt $f(x) = \frac{x^2-1}{x+2}$.
   (a) Finn alla lokala minimi- och maximipunkter till f.
   (b) Bestäm alla asymptoter till grafen av f samt gränsvärden vid en eventuell lodrät asymptot.
   (c) Skissa grafen av f.

4. **(5 p.)** Bestäm största och minsta värdet för funktionen $f(x,y) = x^2 - 2x + 2y^2 + 2$ på det område i planet som beskrivs av olikheterna $x \geq 0$ samt $x^2 + y^2 \leq 4$.

5. **(3+1 p.)** I en regelbunden sexhörning betecknas hörnen A, B, C, D, E, F (i ordning moturs). Vektorerna $e_1 = \overline{AB}$ och $e_2 = \overline{AF}$ utgör tillsammans en bas i planet, och detsamma gäller för vektorerna $f_1 = \overline{AC}$ och $f_2 = \overline{AE}$.
   (a) Uttryck vektorerna f_1, f_2 i basen e_1, e_2.
   (b) Om vektorn u har koordinater $(2,3)$ i basen f_1, f_2, vilka koordinater har då u i basen e_1, e_2?

6. **(2+4 p.)**
   (a) Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen $y' = xy^2 + x$.
   (b) Bestäm den lösning till differentialekvationen $2y'' - 3y' = e^{3x}$ som uppfyller villkoren $y(0) = 0$ samt $y(1) = e^3/9$.

Tentamensåterlämning annonseras på kurshemsidan.

Lycka till!