MATEMATISKA INSTITUTIONEN
STOCKHOLMS UNIVERSITET
Avd. Matematik
Examinator: Torsten Ekedahl

Tentamensskrivning i
Linjär analys, pk, 5p
den 16 december 2003

Svaren ska motiveras noggrant. 10 *poäng ger säkert godkänt.*

1. a) Beräkna Fourierserien för funktionen $\cosh(x)$ på intervallet $[-\pi, \pi]$. 2 p

   b) Beräkna denna series värde för $x = \pi$. (Svaret måste motiveras.) 1 p

2. Lös föjande randvärdesproblem för värmeledningsekvationen på intervallet $[0, \infty[$

$$\begin{cases} u_t = u_{xx},\ t > 0,\ 0 < x \\ u(0,t) = 0,\ |u(x,t)| < M,\ t > 0 \\ u(x,0) = e^{-2x},\ 0 < x. \end{cases}$$

3 p

3. a) Beräkna Fouriertransformen (dvs funktionen $g(y) := \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-ixy}\, dx$) till funktionen $f(x) = xe^{-|x|}$. 2 p

   b) Beräkna Fouriertransformen (dvs funktionen $g(y) := \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-ixy}\, dx$) till funktionen $f(x) = x/(x^2+1)^2$. 2 p

4. Lös föjande randvärdesproblem för värmeledningsekvationen på intervallet $[0, \pi]$

$$\begin{cases} u_t = u_{xx},\ t > 0,\ 0 < x < \pi \\ u(0,t) = 0,\ u(\pi,t) = 1,\ t > 0 \\ u(x,0) = x,\ 0 < x < \pi \end{cases}$$

3 p

5. a) Ange de villkor på funktionen under vilka Fourierserien för en funktion i boken bevisas konvergera *likformigt* mot funktionen. 2 p

   b) Bevisa under dessa villkor att Fourierserien konvergerar likformigt. (Det är tillåtet att använda Bessels olikhet utan bevis.) 2 p

6. Lös randvärdesproblemet $y'' + 2y' + \lambda y = 0$ på intervallet $[0, \pi]$ med randvillkoren $y(0) = 0$ och $y'(\pi) = 0$. (Egenvärdena behöver inte anges i sluten form utan det räcker med en ekvation vars lösningar är precis egenvärdena.) 3 p

Det är tillåtet att fråga om något är oklart. Rättade lösningar kommer att delas ut tor. d. 18/12 9^{30}–10^{30} *i rum 405. Efter denna tid kan skrivningar hämtas hos Tom Wollecki. Om e-postaddress anges tydligt på skrivningens omslag meddelas resultat per e-post.*