

Svaren ska motiveras noggrant. 10 poäng ger säkert godkänt.

1. a) Beräkna Fourierserien för funktionen $|x|$ på intervallet $[-1, 1]$. 2 p
b) Beräkna denna series värde för $x = 0$. (Svaret måste motiveras.) 1 p
2. Lös följande randvärdesproblem för värmeledningsekvationen på intervallet $] - \infty, \infty[$

$$\begin{cases} u_t = u_{xx}, t > 0 \\ |u(x, t)| < M, t > 0 \\ u(x, 0) = e^{-2|x|}. \end{cases}$$

3 p

3. a) Beräkna sinusintegralen till funktionen $f(x) = xe^{-x}$. 2 p
b) Beräkna sinusintegralen till funktionen $f(x) = x/(x^2 + 1)^2$. 2 p
4. Lös följande randvärdesproblem för den modifierade värmeledningsekvationen på intervallet $[0, \pi]$.

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} + 1, t > 0, 0 < x < \pi \\ u(0, t) = 0, u(\pi, t) = 0, t > 0 \\ u(x, 0) = x, 0 < x < \pi \end{cases}$$

3 p

5. a) Formulera definitionen av ett reguljärt Sturm-Liouvilleproblem. 2 p
b) Visa att egenvärdena för ett reguljärt Sturm-Liouvilleproblem är reella. 2 p
6. Lös randvärdesproblemet $xy'' + y' + \lambda y/x = 0$ på intervallet $[1, 2]$ med randvillkoren $y(1) = 0$ och $y'(2) = 0$. 3 p

Det är tillåtet att fråga om något är oklart. Rättade lösningar kommer att delas ut fre. d. 16/1 10⁰⁰-11⁰⁰ i rum 405. Efter denna tid kan skrivningar hämtas hos Tom Wollecki. Om e-postadress anges tydligt på skrivningens omslag meddelas resultat per e-post.