MATEMATISKA INSTITUTIONEN
STOCKHOLMS UNIVERSITET
Avd Matematik
Examinator: Rikard Bögvad

Tentamen i
Lineär analys pk, MA 318, M2
fredagen den 18 augusti 2006

Varje tal kan ge 4 poäng. Ungefär hälften av maximalt poängantal ger godkänt. Poäng från inlämningsuppgifter kan inte tillgodoräknas på denna omtenta.

1. Bestäm Fouriercosinusutvecklingen på intervallet $[0, 1]$ för
$$f(x) = |2x - 1|.$$
Beräkna $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{16}{\pi^2(4k+2)^2}$.

2. Framställ funktionen definierad av att $f(x) = 1 - x, \quad x \in [0, 1]$ och $f(x) = 0$ när $1 < x < \infty$, som Fouriersinusintegral.
Använd detta för att beräkna $\int_0^{\infty} \frac{(\alpha - \sin\alpha)\sin\frac{\alpha}{2}\, d\alpha}{\alpha^2}$.

3. Bestäm egenvärden och egenfunktioner till Sturm-Liouvilleproblemet
$$(x^2 y')' + \lambda y = 0, \; x \in [0, 4]$$
$$y(0) = y(4) = 0.$$
Vilken ortogonalitetsegenskap har egenfunktionerna?

4. Bestäm lösningen till randvärdesproblemet
$$u_{xx} + u_{yy} = 0; \;\; 0 < x < p, \; 0 < y < s$$
$$u_x(0, y) = u_x(p, y) = 0, \;\; u(x, 0) = A, \;\; u(x, s) = Bx.$$

5. Bestäm lösningen till randvärdesproblemet
$$u_{tt} = a^2 u_{xx}$$
$$u(x, 0) = u_x(0, t) = u_x(l, t) + hu(l, t) = 0, \;\; u_t(x, 0) = 1.$$

6. Låt $(f, g) = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)e^x dx$ vara en skalärprodukt för funktioner på $[-1, 1]$.
a)Bestäm en ON-bas för vektorrummet av förstagradspolynom.
b)Motivera varför det finns en följd av moniska n:te-grads polynom p_n, $n = 0, 1, 2, ...$ som bildar ett ON-system.

Skrivningsåterlämning sker måndagen den 28/8 kl 12 i rum 211 hus 6. Därefter finns skrivningarna hos Tom Wollecki i samma hus. Lycka till!