MATEMATISKA INSTITUTIONEN
STOCKHOLMS UNIVERSITET
Avd. Matematik
Examinator: Martin Tamm

Tentamensskrivning i
Matematisk analys 4
030116

13 poäng ger säkert godkänt. Ett nödvändigt villkor för godkänd skrivning är att minst två av skrivningspoängen kommer från teoridelen.

Inga hjälpmedel tillåtna.

Problemdel

1. Beräkna trippelintegralen
$$\iiint_K (1+z^2)\,dxdydz,$$
där $K = \{(x,y,z) : x^2+y^2 \le \cos z,\ -\frac{\pi}{2} \le z \le \frac{\pi}{2}\}$. 4 p

2. Beräkna kurvintegralen
$$\int_\gamma \frac{2xydx - x^2dy}{x^4+y^2},$$
där γ är kurvan $y = x^2+2x-4$, och integrationen går från $(1,-1)$ till $(2,4)$. 4 p

3. Beräkna flödesintegralen
$$\iint_Y \mathbf{F}\cdot\mathbf{N}\,dS$$
där $\mathbf{F} = (x\sin y, x+\cos y, z-1)$ och Y är den del av ellipsoiden $\{x^2+2y^2+4z^2 = 1\}$ där $z \ge 0$ (med uppåtriktad normal). 4 p

4. Beräkna kurvintegralen
$$\int_\gamma \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r}$$
där $\mathbf{F} = (ye^x, e^x+x^3, z^5)$ och γ är skärningskurvan mellan cylindern $x^2+y^2 = 1$ och ytan $z = 2xy$, orienterad på så sätt att den ortogonala projektionen på xy-planet är orienterad moturs. 4 p

5. a) Avgör om den generaliserade integralen
$$\int_0^\infty \frac{e^{\sin x}-1}{x\sqrt{x}}dx$$
konvergerar eller ej. 2 p

b) Summera serien
$$\sum_{k=1}^\infty \frac{(-1)^k 2^k x^k}{k(k+2)}.$$
Bestäm även seriens konvergensintervall. 2 p

V.G.V.

Teoridel

Välj <u>en av</u> följande två uppgifter.

6. Formulera och bevisa Greens formel för områden i planet med *en* under- och *en* överdel och *en* vänster- och *en* högerdel. Skissera sedan hur Greens formel kan fås för mera allmänna områden i planet. 6 p

7. Bevisa att en absolutkonvergent serie är konvergent. 6 p

Skrivningsåterlämning onsdagen den 22 januari kl 10.30 i sal 22, därefter hos Ylva Brolin i rum 201 hus 6.