MATEMATISKA INSTITUTIONEN
STOCKHOLMS UNIVERSITET
Avd. Matematik
Examinator: Marlena Nowaczyk

Tentamensskrivning i
Matematisk analys IV
12 januari 2015

Ett nödvändigt villkor for godkänd är att minst fyra av skrivningspoängen kommer från teoridelen.
Alla lösningar ska vara klart och tydligt motiverade.
Inga hjälpmedel är tillåtna.

Problemdel

1. Avgör om funktionen $f(x, y) = (2xy - y^2)e^x$ har något största eller minsta värde på $x \leqslant 0$ och ange i förekommande fall det största/minsta värdet. 10p

2. Beräkna kurvintegralen
$$\int_\gamma \frac{2x}{2x^2+3y^2}\,\mathrm{d}x + \frac{3y}{2x^2+3y^2}\,\mathrm{d}y,$$
där γ är kurvan $(x(t), y(t)) = (\cos t + e^{\sin t}, e^{\cos t}), 0 \leqslant t \leqslant \pi$. 10p

3. Beräkna flödet av
$$\mathbf{u} = \left(xz + e^{y^2+z^2}, x^2y - xz, 4x^2 + \frac{y^2z}{4} \right)$$
genom mantelytan till konen $4x^2 + y^2 = z^2$, $z \in [0, 2]$, (N-utåtriktad). 10p

4. (a) Beräkna serien
$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^{k-1}}{k+2}(x-3)^k$$
samt ange dennas konvergensintervall. 8p

   (b) Bestäm värdet av $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^{k-1}}{k+2}\left(-\frac{1}{4}\right)^k$. 2p

5. Beräkna kurvintegralen
$$\int_\gamma \frac{1}{z(z-i)^3}\,\mathrm{d}z,$$
där γ är cirkeln $|z| = 5$. 10p

Teoridel

Välj en av följande två uppgifter

6. (Absolutkonvergens medför konvergens.) Låt $a_1, a_2, a_3, \ldots$ vara en oändlig följd av komplexa tal. Visa att $\sum_{k=1}^{\infty} |a_k|$ konvergent $\Rightarrow \sum_{k=1}^{\infty} a_k$ konvergent. 10p

7. Formulera och bevisa divergenssatsen för områden i rummet. 10p

LYCKA TILL!

Skrivningsåterlämning torsdagen den 15 januari kl. 12.00, sal 35, hus 5.
Därefter hos studentexpedition, hus 6, rum 203 eller 204, på ordinarie kontorstid.