MATEMATISKA INSTITUTIONEN	Tentamensskrivning i
STOCKHOLMS UNIVERSITET	Analys 4,
Avd. Matematik	7,5 hp,
Examinator: Martin Tamm	150221

30 poäng ger säkert godkänt. Ett nödvändigt villkor för godkänd skrivning är att minst fyra av skrivningspoängen kommer från teoridelen. Talen är inte ordnade efter svårighetsgrad.

Inga hjälpmedel tillåtna.

Problemdel

1. Bestäm (om de existerar) största och minsta värdet av funktionen

$$f(x,y) = x^4y^2e^{-x^2-9y^2}, \quad (x,y) \in \mathbb{R}^2.$$

10 p

2. Visa att $\mathbf{F} = (3x^2 + yz, \cos y + xz, 4e^z + xy)$ är ett potentialfält. Hitta en potential och bestäm arbetet som vektorfältet $\mathbf{F}$ utför längs en kurva γ från $(0, \frac{\pi}{2}, 1)$ till $(1,0,0)$. 10 p

3. Beräkna flödet av fältet

$$\mathbf{F} = \frac{\mathbf{r}}{r^2}, \text{ där } \mathbf{r} = (x,y,z) \text{ och } r = |\mathbf{r}|$$

ut ur området $D = \{(x,y,z) : 2 \leqslant x^2 + y^2 + z^2 \leqslant 3\}$. 10 p

4. a) Avgör om följande generaliserade integralen

$$\int_0^\infty \frac{1 - e^{\sin x}}{x^{5/4}} \mathrm{d}x$$

konvergerar eller ej. 6 p

b) Avgör om följande serie är absolut konvergent, betingat konvergent eller divergent

$$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{\sqrt{k-1} + \sqrt{k}}.$$

4 p

5. Beräkna kurvintegralen

$$\int_\gamma \frac{z^3}{(z-3)(z^2+1)} \mathrm{d}z,$$

där γ är cirkeln $|z| = 2$ med orientering moturs. 10 p

Teoridel

Välj en av följande två uppgifter

6. (Cauchy rotkriterium) Serien $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ är sådan att

$$|a_k|^{1/k} \to A, \text{då } k \to \infty, \text{ där } 0 \leqslant A \leqslant \infty.$$

Visa att $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ är absolutkonvergent om $0 \leqslant A < 1$ och divergent om $1 < A \leqslant \infty$. 10 p

7. Formulera och bevisa Greens formel för områden i planet. 10 p

LYCKA TILL!

Skrivningsåterlämning måndagen den 2 mars kl. 14.45 i sal 36, hus 5.
Därefter hos studentexpedition, hus 6, rum 203 eller 204, under ordinarie kontorstid.