MATEMATISKA INSTITUTIONEN	Tentamensskrivning i
STOCKHOLMS UNIVERSITET	Analys IV, 7,5 hp
Avd. Matematik	den 7 januari 2016 kl. 9.00-14.00
Examinator: Andrzej Szulkin	

Inga hjälpmedel tillåtna.

15 poäng, inklusive bonus, ger säkert godkänt. Dock måste minst 2 poäng komma från teoridelen. Gamla bonuspoäng, dvs. poäng intjänade VT 15 eller tidigare ***räknas inte****.*

OBS! Ange antalet bonuspoäng på skrivningsomslaget.

1. Låt $f(x, y) = (x^2 + y^2)e^{-xy}$. Bestäm största och minsta värde för f eller visa att de inte existerar: a) i området $x \geq 0$, $y \geq 0$, b) i området $x/2 \leq y \leq 2x$. 5 p

2. Beräkna $\int_\gamma \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$, där $\mathbf{F} = (\sin(y - x), 2xy + \sin(x - y))$ och γ är kurvan $y = \sqrt{x}$, $0 \leq x \leq 1$. 5 p

3. Beräkna $\iint_Y \mathbf{F} \cdot \mathbf{N}\, dS$, där $\mathbf{F} = (x^4 + yz - x^5,\ 5x^4 y,\ z)$ och Y är den del av ytan $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ för vilken $0 \leq z \leq 1$. Normalen pekar bort från z-axeln. 5 p

4. Beräkna $\int_\gamma \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$, där $\mathbf{F} = (4x^3y^3 + z,\ 3x^4y^2 + z^2,\ z^5)$ och γ är skärningen mellan ytorna $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$ och $z = x + 2y$, orienterad moturs uppifrån sett. 5 p

5. a) Undersök om den generaliserade integralen $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\ln(1 + x)}{x^{3/2}}\, dx$ konvergerar. 2, 5 p

   b) Undersök om följande serier konvergerar: $\displaystyle\sum_{k=1}^\infty \frac{2^k + k^{10}}{2^k \cdot k^2}$, $\displaystyle\sum_{k=1}^\infty \frac{2^k + k^{10}}{k!}$. 2, 5 p

Teoridel

Välj ***en av*** *följande två uppgifter:*

6. Formulera och bevisa Greens formel för områden i planet med en under- och en överdel och en vänster- och en högerdel. Skissera sedan hur Greens formel kan fås för mer allmänna områden i planet. 5 p

7. (Cauchys konvergenskriterium för positiva serier) Låt $f(x)$ vara ≥ 0 och avtagande på intervallet $x \geq 1$. Visa att den oändliga serien $\sum_{k=1}^\infty f(k)$ konvergerar om och endast om den generaliserade integralen $\int_1^\infty f(x)\, dx$ konvergerar. 5 p

Skrivningsåterlämning fredag den 8 januari kl. 15.00 i sal 22, därefter i rum 204, hus 6.