

Hjälpmedel: Inga hjälpmedel är tillåtna. 15 poäng, inklusive bonus, ger garanterat betyg E. Motivera alla lösningar noggrant.

- På hur många vis kan du placera ut 33 stycken identiska bollar i tre stycken *identiska* lådor, om lådor dessutom får vara tomma? (Alla bollar måste alltså placeras ut i någon låda, men lådor får vara tomma. Så det är OK om en låda innehåller 33 bollar, resten ingen boll, eller om en innehåller 30 bollar, en annan tre bollar och den sista ingen boll). 5p
(Ditt svar för denna uppgift får innehålla kombinatorisk standardnotation från kursen, som ej behöver beräknas eller förenklas, men måste motiveras tydligt.)
- (a) Lös ekvationen $(3x + 2)(x + 2) = 0$ i \mathbb{Z}_{35} . 3p
(b) Lös ekvationen $x^{2045} + 7 = 9$ i \mathbb{Z}_{37} . 2p
- Låt G vara en grupp. Två element $g_1, g_2 \in G$ kallas för konjugata om det existerar ett element $h \in G$ så att $hg_1h^{-1} = g_2$.
 - Bevisa att relationen "att vara konjugata" är en ekvivalensrelation på gruppen G . 2p
 - Om $g_1, g_2, g_3 \in G$, gäller det att $g_1g_2g_3$ alltid är konjugat till $g_2g_3g_1$? 1p
 - Om nu G är symmetriska gruppen S_4 , finn alla ekvivalensklasser för relationen där två element är ekvivalenta om de är konjugata till varandra. 2p
- Låt C vara den linjära kod som bestäms av checkmatrisen

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

- Hitta alla ord i C . 1p
 - Hur många fel rättar C ? som mest? Kom ihåg att det är viktigt att visa att C rättar exakt det antal fel du påstår. 2p
 - Antag att meddelandet $\mathbf{z} = (1, 0, 1, 1, 0, 0, 1)$ endast har ett fel. Rätta \mathbf{z} . 2p
- Låt $X = \{A, B, C, D, \dots, \text{Å, Ä, Ö}\}$, dvs. X är mängden av bokstäver i det svenska alfabetet (och X har därmed 29 element).
 - Hur många "ord" på tio bokstäver kan du bilda med hjälp av bokstäver från X där bokstaven A högst förekommer tre gånger? Bokstäver får förekomma flera gånger i samma ord. 2p
 - Hur många "ord" på 42 bokstäver kan du bilda med hjälp av bokstäver från X där delordet som lyder: DENNATENTAÄRKUL förekommer, skrivet exakt så, någonstans i "ordet"? 3p
(Dina svar på dessa uppgifter får innehålla kombinatorisk standardnotation från kursen, som ej behöver beräknas eller förenklas, men måste motiveras tydligt.)

6. Betrakta följande tuplar av heltal

$(5, 4, 3, 2, 1, 1)$

$(2, 2, 2, 2, 3, 3)$

$(3, 1, 4, 2, 3, 3)$

$(2, 2, 2, 2, 2, 1)$

$(2, 2, 2, 1, 4, 3)$

- a) För var och en av dessa sextuplar, avgör om det existerar en **sammanhängande** graf med sex noder och grader som i den givna tupeln. Om ja, ge ett exempel. Om nej, bevisa att en sådan graf ej kan existera. 2p
- b) För varje sextupel så att en sådan **sammanhängande** graf existerar, avgör huruvida grafen har ett Eulerspår och huruvida grafen har en Hamiltonstig. Om ja, ge ett exempel; om nej, **bevisa** att det ej existerar. 3p

Lycka till!