

Tillåtna hjälpmedel är skrivdon. Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade. Betygsgränser:

Max	30 p		B	24 p		D	18 p
A	27 p		C	21 p		E	15 p

Bonuspoängen från terminens problemsamlingar räknas in under rättningen.

Koordinater förutsätts vara givna med avseende på en högerorienterad ON-bas.

1. (a) Bestäm den minsta positiva heltalslösningen  $x$  till kongruensen (3p)

$$5x \equiv 3 \pmod{163}.$$

Tips: Lös en lämplig diofantisk ekvation.

- (b) Bestäm resten om  $229^{75} + 2^{224}$  delas med 23. (2p)
2. (a) Vilken eller vilka av följande utsagor är ekvivalenta med  $\neg P \Rightarrow Q$ ? (2p)

$$A : P \Rightarrow \neg Q, \quad B : P \vee Q, \quad C : \neg Q \Rightarrow P, \quad D : P \wedge \neg Q.$$

Motivera svaret genom att ange utsagornas sanningstabeller.

- (b) Vi har 100 heltal varav 30 är jämna, 40 är delbara med 3, 40 är delbara med 5, 10 är delbara med 6, 20 delbara med 10, och 12 delbara med 15. Slutligen är 25 av talen relativt prima med 30. Hur många av talen är delbara med 30? (3p)
3. (a) Hur många meningar bestående av precis två ord kan man bilda från meningen "FULL RULLE" (som vanligt behöver orden i meningen inte betyda något, men ett ord måste bestå av minst en bokstav)? Svaret får innehålla fakulteter. (3p)
- (b) Bestäm asymptoterna till hyperbeln  $4x^2 - 8x - y^2 - 2y = 1$ , samt skissa grafen. (2p)
4. Visa att  $z = 1 + i$  löser ekvationen  $z^4 - 2z^3 + 5z^2 - 6z + 6 = 0$ , och bestäm alla lösningar till ekvationen. (5p)

Var god vänd!

5. (a) Bestäm ekvationen för planet som innehåller punkterna  $(2, 1, 3)$  och  $(1, 0, 2)$  och som är vinkelrät mot planet  $2x + y - z = 1$ . (3p)
- (b) Bestäm kortaste avståndet från planet  $2x - y - 2z = 4$  till punkten  $P = (2, 0, 3)$ . Ange speciellt den punkt i planet som är närmast  $P$ . (2p)
6. Låt  $F$  vara den linjära avbildning som ges av att först spegla i planet  $x + y = 0$ , sedan rotera  $180^\circ$  kring  $x$ -axeln, och slutligen spegla i  $xy$ -planet.
- (a) Bestäm matrisen för  $F$  i standardbasen. (4p)
- (b) Ge en sammanfattande geometrisk tolkning av  $F$ . (1p)