

Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade. Betygsgränser:

Max	30 p		B	24 p		D	18 p
	A		C	21 p		E	15 p

1. (a) Beräkna gränsvärdet  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^3 \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{\sqrt{n^2 + 4}} \right)$ . (2p)

(b) Beräkna gränsvärdet  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\pi \arctan(x) - \arctan(\pi x)}{2 \sin(x) - \sin(2x)}$ . (3p)

2. Undersök lokala och globala extremvärden, konvexitetsegenskaper och asymptoter till funktionen (5p)

$$f(x) = \frac{x^2 - 3|x|}{x - 1},$$

samt skissera grafen. Bestäm även funktionens värdemängd.

3. Beräkna dubbelintegralen  $\iint_D \sin(y^2) dx dy$ , där  $D$  är området som består av de punkter  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  som uppfyller  $2|x| \leq y \leq \sqrt{\pi}$ . (5p)

4. Låt  $D$  vara området (5p)

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \geq x^4 \text{ och } x \geq y^2\}.$$

Beräkna volymerna av de rotationskroppar som uppstår om  $D$  får rotera runt  $x$ - respektive  $y$ -axeln.

5. Bestäm det största och minsta värdet som funktionen (5p)

$$f(x, y) = x^2 - y^2 + \ln(x^2 + y^2)$$

antar på området  $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$ .

6. (a) Bestäm den lösning till differentialekvationen (2.5p)

$$(1 + x^2)y' + 2xy = xy^2,$$

som uppfyller  $y(0) = 1$ .

(b) Bestäm den lösning till differentialekvationen (2.5p)

$$y'' - 3y' + 2y = e^{-x}$$

som uppfyller  $y(0) = y'(0) = 0$ .